

ACTA PHYSICA AUSTRIACA

UNTER MITWIRKUNG DER

ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

HERAUSGEGEBEN VON

K.W. FRITZ KOHLRAUSCH UND HANS THIRRING

GRAZ

WIEN

SCHRIFTLEITUNG

PAUL URBAN

GRAZ

4. BAND, 1. HEFT

MIT 79 ABBILDUNGEN

(AUSGEGEBEN IM JULI 1950)



WIEN

SPRINGER-VERLAG

1950

Richtlinien für die Abfassung von Beiträgen

Allgemeines. Die Arbeit soll klar und verständlich geschrieben sein. Es ist Rücksicht auf jene Leser zu nehmen, die nicht gerade an demselben Problem arbeiten. Auch ohne übermäßige und nicht verantwortbare Breite der Darstellung kann häufig ein eingefügter kleiner Satz dem Leser eine Stunde Nachdenken ersparen. Jede Niederschrift ist ein Ringen um das richtige Wort an der richtigen Stelle. Nur den wenigsten ist es gegeben, auf den ersten Anhieb schon das Optimum an Aufbau, Gliederung und Ausdruck zu erreichen. Meist wird dies erst nach mehrfachem Umarbeiten gelingen. Diese Mühe muß der Autor auf sich nehmen. Erstens schon in seinem eigensten Interesse, um nicht monatelange Arbeit durch unzweckmäßige Darstellung der Ergebnisse zu entwerfen; zweitens im Interesse der Drucklegung, da nachträgliche stilistische Verbesserungen und Veränderungen so viel Mehrarbeit für den Setzer bedeuten, daß sie, selbst wenn die Kosten dem Autor angerechnet werden, bei den heutigen Verhältnissen als untragbar bezeichnet werden müssen. Eben diese Verhältnisse machen es den Herausgebern zur unabweislichen Pflicht, Abhandlungen, die nach ihrem Dafürhalten den üblicherweise zu stellenden Anforderungen in dieser Hinsicht nicht voll entsprechen, zur Umarbeitung zurückzusenden.

Manuskripte sind entweder an die Schriftleitung der „Acta Physica Austriaca“, Prof. Dr. Paul Urban, Graz, Universitätsplatz 5, oder an den Springer-Verlag, Wien I, Mülkerbastei 5, zu richten.

Umfang: Obere Grenze etwa ein Druckbogen; längere Abhandlungen sind zu unterteilen.

Äußere Form: Maschinenschrift; einseitig beschriebene, fortlaufend bezifferte Blätter, linksseitig mit breitem freiem Rand.

Titelkopf: Titel der Arbeit (soll bereits unmißverständlich kennzeichnend für den behandelten Gegenstand sein). Darunter der Name des Verfassers mit ausgeschriebenem Vornamen. Darunter Angabe des Institutes, aus dem die Arbeit stammt, oder Privatanschrift des Verfassers; darunter: „Mit . . . Abbildungen.“

Fortsetzung auf der III. Umschlagseite

4. Band/1. Heft

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Theimer, O., Quantenmechanische Interpretation von Kohlauschs „Natürliches System von Abschirmungskonstanten und effektiven Quantenzahlen“	1
Ledinegg, E., P. Urban und F. Reder. Über eine neue Methode zur Messung der Dielektrizitätskonstante von flüssigen Substanzen geringer Leitfähigkeit im cm-Wellen-Bereich	9
Sitte, K. Bericht über neuere Arbeiten an durchdringenden Schauern und durchdringenden Teilchen. Zweiter Teil	18
Bergmann, O. Eine Differentialgleichung für die Phase bei der Streuung Neutron-Proton	62
Adler, N. Über die Entfärbung natürlicher blauer und violetter Steinsalzkristalle	71
Wieninger, L., und N. Adler. Über die Bildung von Mikrokristallen auf Kristallflächen bei deren Behandlung mit Po- α -Strahlen. (Vorläufige Mitteilung)	81
Booth, A. D. Design Principles of All Purpose Digital Computers	85
Schedling, J. A. Über eine Wiederholung des Oerstedschen Versuches, wobei an Stelle einer Magneten nadel metallische Probekörper von sechs Freiheitsgraden verwendet werden	98
Ehrenhaft, F., und E. Reeger. Über Photophorese und eine die Materie drehende Wirkung des Lichtes im Vakuum. (Vorläufige Mitteilung)	118
Thirring, W. Symmetrische Quantisierung	125
Ehrenhaft, F., R. F. K. Herzog, M. J. Higsberger, F. P. Viehböck und P. M. Weinzierl. Neuartige Entladungen in magnetischen Feldern	129
Ferber, J. A. Über Bewegungen metallischer Probekörper der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-5} cm im homogenen magnetischen Feld eines Permanentmagneten unter zeitweiligem Lichtausschluß; der magnetische Burst	133
Buchbesprechungen	144

1122 h7

Quantenmechanische Interpretation von Kohlrauschs „Natürliches System von Abschirmungs- konstanten und effektiven Quantenzahlen“.

Von

Otto Theimer.

Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule in Graz.

(Eingelangt am 4. April 1949.)

Es wird ein kurzer Überblick über die gebräuchlichen Näherungsverfahren zur Lösung des Atomproblems gegeben, bei dem die *Slatersche* Methode ausführlicher als sonst üblich behandelt wird. Im Anschluß daran wird gezeigt, daß dem System von *Kohlrausch* jene wellenmechanische Näherung entspricht, bei der die Eigenfunktion Ψ des Atoms als einfaches Produkt der einzelnen Elektroneneigenfunktionen Ψ_i dargestellt wird, wobei

die Ψ_i die Form der *Slaterschen* Grundfunktion $\Psi_i = C r_i^{n^* - 1} e^{-\frac{Z - \sigma}{n^* a} r_i}$ haben. Einige spezielle Konsequenzen und die allgemeine Bedeutung dieses Sachverhaltes werden diskutiert.

1. Einleitung.

Die Näherungsmethoden zur Lösung des Vielelektronenproblems für Atome und Ionen wurden im Prinzip bereits in den dreißiger Jahren so erschöpfend behandelt, daß für eine grundsätzliche Erweiterung der Theorie nicht mehr viel Raum blieb. Ein Fortschritt konnte eigentlich nur mehr bezüglich der zur numerischen Auswertung eingeschlagenen Wege erwartet werden. Unter diesem Gesichtspunkt muß die von *K. W. F. Kohlrausch*¹⁾ veröffentlichte Arbeit über ein System von effektiven Quanten- und Abschirmungszahlen betrachtet werden. Darin wird gezeigt, daß man mit einem Minimum an theoretischen Voraussetzungen das große Erscheinungsgebiet der Atom- und Ioneneigenschaften quantitativ erfassen kann, wenn man von einer zweckmäßigen Darstellung des gesamten Erfahrungsmaterials über Ionisierungsenergien ausgeht. Durch eine Methode von bestechender Durchsichtigkeit lassen sich dann „Elektronenbahnraden“ bestimmen, die, in geeignete Formeln eingesetzt, gute numerische Werte für die wichtigsten Atom- und Ioneneigenschaften liefern. Ein wesentlicher Zug der Arbeit von *Kohlrausch* ist der rein

¹⁾ *K. W. F. Kohlrausch*, Acta Physica Austriaca 3, 452 (1950).

induktive Charakter der Methode und der bewußte Verzicht auf eine quantenmechanische Begründung des Verfahrens. Dieser Verzicht ist im Rahmen der Arbeit konsequent und läßt die Leistungsfähigkeit der induktiven Methode besonders deutlich in Erscheinung treten. Er läßt aber die Einordnung in das derzeit gebräuchliche quantenmechanische Begriffssystem vermissen und hat mich so zur vorliegenden Abhandlung veranlaßt.

Diese quantentheoretische Einordnung des Systems von *Kohlrusch* gelingt am einfachsten, wenn man darangeht, es mit der Sprache der Quantenmechanik zu beschreiben und in die Reihe der üblichen Näherungsverfahren einzuordnen. Es stellt sich dann heraus, daß die Lösung des Atomproblems bei *Kohlrusch* bezüglich der Näherungsannahmen, die die Wechselwirkung der Elektronen untereinander betreffen, einem einfachen Produktansatz für die Eigenfunktion des Atoms entspricht. Die Eigenfunktionen der einzelnen Elektronen werden ähnlich wie bei *Slater*²⁾ rein induktiv gefunden, wobei die für das einzelne Atom, bzw. Ion charakteristischen Werte der Parameter auf ungemein einfache Weise bestimmt werden können.

2. Die quantenmechanischen Näherungsmethoden.

Es erscheint mir zweckmäßig, die wellenmechanische Begründung und Klassifizierung der *Kohlruschs* Methode mit einer kurzen Zusammenfassung der üblichen Näherungsverfahren zu beginnen, da sich dann alles Notwendige fast von selbst ergibt.

Die *Schrödinger*-Gleichung für ein Mehrelektronensystem lautet

$$(T + U)\Psi = E\Psi, \quad (1)$$

wobei U im allgemeinen als eine Funktion der r_i und r_{ik} dargestellt wird, die die Abstände der einzelnen Elektronen vom Kern und voneinander festlegen. Entsprechend ist auch ψ eine Funktion der r_i und r_{ik} , die sich im allgemeinsten Fall nicht als ein Produkt von Funktionen der r_i allein darstellen läßt und damit sinnfälliger die elektrostatische Wechselwirkung der Elektronen mathematisch zum Ausdruck bringt. Die Lösung von (1) kann — etwa durch das *Ritzsche* Verfahren — grundsätzlich mit beliebiger Genauigkeit erzwungen werden. Die Durchführung ist aber nur bei den von *Hylleraas*³⁾ behandelten Zweielektronensystemen mit erträglichem Rechenaufwand möglich.

Bei Atomen mit mehr Elektronen ist es einfacher, wenn auch unkorrekter, die Eigenfunktion Ψ des ganzen Systems als ein antisymmetrisiertes Produkt von Eigenfunktionen der einzelnen

²⁾ J. C. Slater, Physic. Rev. 36, 57 (1930).

³⁾ E. A. Hylleraas, Z. Physik 48, 469 (1928); 54, 347 (1929); 60, 624 (1930); 65, 209 (1930).

Elektronen $\Psi_{l(i)}$ darzustellen, in dem l den Quantenzustand und i die Elektronennummer angibt. Ψ hat dann die Form:

$$\Psi = \frac{1}{n!^{1/2}} \sum_{\Pi} (-1)^{\sigma_{\Pi}} \Pi \Psi_{1(1)} \Psi_{1(2)} \dots \Psi_{l(i)} \dots$$

$$\delta(-\tfrac{1}{2}, m_{s1}) \delta(\tfrac{1}{2}, m_{s2}) \dots \delta(m_s, m_{si}) \dots$$

n ist die Zahl der Elektronen, Π ist ein Operator der die Elektronennummern permutiert, σ_{Π} ist die Ordnung der Permutation Π , $\delta(m_s, m_{si})$ ist die Spinfunktion des i -ten Elektrons.

Die Darstellung von Ψ durch ein antisymmetrisiertes Produkt der $\Psi_{l(i)}$ bringt im Gegensatz zum einfachen Produktansatz jenen Teil der Elektronenwechselwirkung explizite zum Ausdruck, der unter dem Schlagwort Austauschkräfte bekannt ist.

Es läßt sich zeigen, daß bei einem solchen Ansatz für Ψ die einzelnen Eigenfunktionen $\Psi_{l(i)}$ der *Fock*schen Differentialgleichung genügen, die sich formal durch das Auftreten eines Austauschintegrals J von der *Schrödinger*-Gleichung des Ein-elektronensystems unterscheidet.

$$(T_i + U_i) \Psi_{l(i)} - J_{l(i)} = E_i \Psi_{l(i)}$$

$$U_i = -\frac{Z}{r_i} + \sum_{n \neq l} \int \frac{\Psi_{n(k)}^* \Psi_{n(k)}}{r_{ik}} d\tau_{(k)} \quad Z = \text{Kernladung} \quad (2)$$

$$J_{l(i)} = \sum_{\bar{n} \neq l} \int \frac{\Psi_{\bar{n}(k)}^* \Psi_{l(k)}}{r_{ik}} d\tau_{(k)} \Psi_{\bar{n}}^-$$

Der Doppelstrich über n deutet an, daß in J nur Quantenzustände mit parallelem Spin aufgenommen sind.

Die Summe in der potentiellen Energie U_i bedeutet das elektrostatische Potential zwischen dem i -ten Elektron und der Ladungswolke der übrigen Elektronen. In dieser Summe tritt die Eigenfunktion Ψ_i des i -ten Elektrons natürlich nicht auf, während sie im Austauschintegral in jedem einzelnen Summand vorkommt. Dieser Umstand ist für das Verständnis des Folgenden wichtig.

Wird das System der *Fock*schen Integro-Differentialgleichungen numerisch gelöst, dann erhält man die *Hartree-Fock*-Lösungen des Vielelektronensystems.

Gibt man den $\Psi_{l(i)}$ im vorhinein eine bestimmte analytische Form vor, z. B. die der Grundfunktionen des *H*-Atoms, und bestimmt man die freien Parameter, in denen nun die ganze Wechselwirkung der Elektronen untereinander steckt, durch Minimieren des Energieeigenwertes, dann resultiert im wesentlichen eine Methode, die u. a. durch eine Arbeit von *C. Zener*⁴⁾ bekannt geworden ist.

⁴⁾ *C. Zener*, *Physic. Rev.* **36**, 51 (1930).

Wählt man für die $\Psi_{l(i)}$ den Ansatz:

$$\Psi_{l(i)} = C r_i^{n^* - 1} e^{-\frac{(Z - \sigma)}{n^*} r_i}$$

und bestimmt man die Parameter n^* und σ rein empirisch so, daß die experimentell ermittelten Ionisierungsenergien möglichst gut reproduziert werden, dann hat man die Methode von *Slater* vor sich.

Die Art und Weise, wie dabei n^* und σ der Erfahrung angepaßt und in ein überaus einfaches Rezept hineingepreßt werden, ist undurchsichtig und wird in der Literatur nirgends näher ausgeführt. Einen nützlichen Wegweiser liefert vielleicht die zitierte Arbeit von *Zener*⁴⁾, der nach der oben beschriebenen Methode für die Atome der L-Schale (Li-Ne) fand, daß von den in den Wasserstoffgrundfunktionen auftretenden Parametern praktisch nur n^* und $Z^* \equiv Z - \sigma$ von Null verschieden sind, n^* innerhalb dieser Schale konstant bleibt und Z^* der Bedingung genügt:

$$Z^* = n^* \left(2 \sum \frac{\varepsilon_i}{n} \right)^{1/2}$$

n = Zahl der Elektronen in einer Schale;

ε_i = Ionisierungsenergie des i -ten Elektrons der Schale.

Dieses Ergebnis wurde von *Slater* auf alle anderen Schalen übertragen und zum Leitgedanken des ganzen Verfahrens gemacht. Es ist auch die Begründung der von *Slater* angegebenen Formel für die Gesamtenergie der Elektronen einer Schale. Diese Formel ist keinesfalls selbstverständlich und wird von *Slater* nicht bewiesen, sondern nur an Hand eines gewöhnlichen Produktansatzes plausibel gemacht.

Bei Verwendung eines antisymmetrisierten Produktansatzes unterscheiden sich die Eigenwerte E_i der *Fock*schen Differentialgleichungen sehr stark von den Ionisierungsenergien der einzelnen Elektronen, da die Eigenwerte wegen des Austauschintegrals unmittelbar von der Eigenfunktion des abdissoziierenden Elektrons abhängen [vgl. Formel (2) und zugehörigen Text].

Bei *Slater* ist diese Abhängigkeit formal in den Parametern n^* und Z^* enthalten, die mit dem Austauschintegral in folgender Beziehung stehen:

$$U_i \Psi_{l(i)} - J_{l(i)} = \left[-\frac{Z^*}{r_i} + \frac{1}{2} \cdot \frac{n^*(n^* - 1)}{r_i^2} \right] \Psi_{l(i)}. \quad (3)$$

Dies erkennt man daran, daß durch Einsetzen von (3) aus der *Fock*schen Gleichung die Differentialgleichung des „*H*-Atoms“ entsteht, zu deren Lösungen auch der *Slater*sche Ansatz gehört.

Der Einfluß des abzuionisierenden Elektrons auf die Eigenwerte und Eigenfunktionen bedingt die Notwendigkeit, die

Ionisierungsenergie eines einzelnen Elektrons als Energiedifferenz zwischen Anfangs- und Endzustand des Atoms zu berechnen, und führt in Verbindung mit dem bequemen, aber allzusehr vereinfachten Schema der effektiven Quanten- und Abschirmungszahlen zu schlechten Werten für die Ionisierungsenergien der Valenzelektronen.

Eine weitere Vereinfachung des Atomproblems bringt die ursprüngliche *Hartree-Methode*⁵⁾. Bei ihr ist die Eigenfunktion des Atoms ein einfaches Produkt der Elektroneneigenfunktionen Ψ_i , die durch numerische Lösung des Systems der zugehörigen Differentialgleichungen (siehe weiter unten) gefunden werden. Gibt man den Ψ_i eine bestimmte analytische Form, dann wird die Wechselwirkung der Elektronen untereinander, diesmal ohne Berücksichtigung der Austauschkräfte, wiederum in gewisse Parameter hineingepreßt.

Bei einem einfachen Produktansatz für die Eigenfunktion des Atoms unterscheidet sich die *Schrödinger-Gleichung* des Einzelelektrons im Atom von der *Fock-Gleichung* durch das Fehlen des Austauschintegrals. Dadurch werden die Eigenwerte E_i nahezu identisch mit den Ionisierungsenergien bis auf einen Unterschied zweiter Ordnung, der dadurch entsteht, daß beim Abionisieren eines Elektrons auch die übrigen Eigenfunktionen und damit die Summe in U geändert werden.

Man kann natürlich auch im einfachen Produktansatz versuchsweise die Form der Ψ_i vorgeben und die Parameter durch Anpassen an das Experiment bestimmen. Wählt man dabei die Grundfunktion von *Slater* für die Ψ_i , dann entspricht das genau der Methode, die dem System von *Kohlrausch* zugrunde liegt. Dies möchte ich im folgenden Kapitel zeigen.

3. Das System von K. W. F. Kohlrausch.

Kohlrausch übernimmt von *E. Lisitzin* die Feststellung, daß man allen isoelektronischen Systemen, unabhängig von der Kernladung, drei konstante Parameter n^* , σ und γ so zuordnen kann, daß für die Ionisierungsenergie des jeweils lockersten Elektrons gilt:

$$\epsilon_i = k_2 \frac{(Z - \sigma_i)^2}{n_i^{*2}} - \gamma_i \equiv E_i - \gamma_i. \quad (4)$$

Nun wird ein Elektronenbahnradius r definiert durch:

$$E_{Pi} = 2 E_i = 2 k_1 \frac{(Z - \sigma_i)}{r_i} \quad (5)$$

E_{Pi} = potentielle Energie des i -ten Elektrons.

⁵⁾ D. R. Hartree, Proc. Cambr. Phil. Soc. **24**, 89, 111, 426 (1928).

Dies ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß γ nicht für den Zustand des Elektrons im Atom maßgeblich ist, sondern erst durch die Störung bedingt ist, die das restliche Atom bei der Entfernung eines Elektrons erleidet. Aus (4) und (5) folgt:

$$r_i = a \frac{n_i^{*2}}{(Z - \sigma_i)} \quad (6)$$

$k_1/k_2 \equiv a = \text{Radius des } H\text{-Atoms im Grundzustand.}$

Gl. (6) hat die Form der bekannten *Bohrschen* Formel für den Radius der Elektronenbahnen. Sie wird aber hier rein induktiv, ohne spezielle Modellvorstellungen gewonnen, nur unter der Voraussetzung, daß beim Atom der Virialsatz in der Form $E_{Pi} = 2E_i$ gilt.

Es besteht nun die Aufgabe, jene Eigenfunktion Ψ des Atoms zu finden, die die Bedingungen (4) — (6) erfüllt.

Da nach (4) und (5) ε_i eine Funktion von r_i allein und definitionsgemäß identisch ist mit der Ionisierungsenergie des i -ten Elektrons, muß entsprechend den Ausführungen des Kapitels 2 Ψ ein einfaches Produkt der Ψ_i sein. Dieser Produktansatz rechtfertigt auch den von *Kohlrausch* zur Ermittlung der Ladungsverteilung eingeschlagenen Weg und seine Interpretation des Parameters γ . γ stellt den früher besprochenen Unterschied zweiter Ordnung zwischen Eigenwert und Ionisierungsenergie dar. Sein Auftreten muß vom Standpunkt der hier vertretenen Theorie aus unbedingt erwartet werden (siehe auch weiter unten).

Die Ψ_i sind nicht vollkommen festgelegt, doch müssen auch sie eine Funktion der r_i allein und mit (4) und (5) verträglich sein. Macht man noch die Einschränkung, daß die Ψ_i die Form der Grundfunktionen des H -Atoms

$$C r^{n^*-1-s} \cdot e^{-\frac{Z^*}{n^* a} r} \text{ Polynom } s\text{-ten Grades in } r$$

haben sollen, dann verifiziert man leicht durch Berechnung der mittleren kinetischen und potentiellen Energie mit Hilfe der Formel

$$\int_0^\infty z^n e^{-xz} dz = n! / x^{n+1},$$

daß die Funktion von *Slater* die einzige ist, die gleichzeitig (4), (5) und (6) befriedigt. Sie hat auch den Vorzug, daß bei ihr der wahrscheinlichste Elektronenabstand identisch ist mit dem durch (5) definierten Radius, wodurch der Bahn- und Schalenbegriff bei *Kohlrausch* in gewisser Hinsicht gerechtfertigt wird. Außerdem ist diese Funktion natürlich die einzige, welche die widerspruchsfreie Anwendung der Formeln von *Slater-Angus* für die dia-

magnetische Suszeptibilität gestattet, die ja mit Hilfe der *Slaterschen* Grundfunktion abgeleitet wurden.

Nicht nur die Form der Eigenfunktionen Ψ_i , sondern auch die Differentialgleichungen für die einzelnen Elektronen sind bei *Slater* und *Kohlrausch* identisch. Es sind dies die Gleichungen des „H-Atoms“ mit den Parametern Z^* und n^* :

$$\left[T_i - \frac{Z^*}{r_i} + \frac{1}{2} \frac{n^*(n^* - 1)}{r_i^2} \right] \Psi_i = E_i.$$

Z^* , n^* und E_i sind jedoch bei beiden Methoden notwendigerweise numerisch verschieden, da sie sich einerseits nach verschiedenen Vorschriften aus den Eigenfunktionen der übrigen Elektronen ableiten und E_i , wie schon gesagt, auch nicht die gleiche physikalische Bedeutung hat. Als Bestimmungsgleichungen für Z^* und n^* bei *Kohlrausch* können (2) und (3) angesehen werden, wenn man darin das Austauschintegral wegläßt.

Auch der Parameter γ läßt sich formelmäßig darstellen, wenn man ihn mit *Kohlrausch* nur als Ausdruck für die Reorganisation der Atomhülle bei Abionisierung eines Elektrons wertet. In Anlehnung an Gl. (2) (ohne Austauschintegral!) gilt dann:

$$\gamma = \frac{1}{2} \sum_{n \neq l} \frac{\Psi_{n(k)}^* \Psi_{n(k)}}{r_{lk}} d\tau_{(k)} + \frac{1}{2} \int_{r_i}^{\infty} dr_i \left(\sum_{n \neq l} \frac{\Psi_{n(k)}^* \Psi_{n(k)}}{r_{ik}^2} d\tau_{(k)} \right)_{(r_i)}.$$

Der Index r_i an der Klammer deutet an, daß man sich hier die $\Psi_{n(k)}$ und r_{lk} als Funktionen von r_i zu denken hat.

Es könnte natürlich auch sein, daß γ nicht nur die Umordnung der Atomhülle, sondern auch die Grenzen zum Ausdruck bringt, die den Näherungsannahmen im System von *Kohlrausch* gesetzt sind.

Zum Schluß noch eine Bemerkung über die Bestimmung der diamagnetischen Suszeptibilität.

Solange man sich nicht überlegt hat, welche wellenmechanische Näherung dem *Kohlrauschschen* System entspricht, ist es am korrektesten, entsprechend Methode I von *Kohlrausch*, durch die Einführung von mittleren n^* und σ für die einzelnen Schalen die Analogie zum System von *Slater* möglichst weit zu treiben. Nur dann ist es erlaubt, den Ausdruck

$$\bar{r}^2 = a^2 \sum n^{*2} (n^* + 1) (n^* + \frac{1}{2}) / Z^{*2},$$

der mit der *Slaterschen* Grundfunktion ermittelt wurde, den weiteren Rechnungen zugrunde zu legen.

Hat man sich jedoch davon überzeugt, daß dem System von *Kohlrausch* die Darstellung der Atomeigenfunktion als einfaches Produkt von *Slaterschen* Grundfunktionen äquivalent ist, bei der formal ein Elektron vom anderen nichts weiß, dann

ist es konsequent und im Rahmen der durch die Methode bedingten Näherung korrekt, $\sum \bar{r}^2$ mit den für jedes einzelne Elektron zuständigen n_i^* und σ_i ohne Mittelung über die Schalen zu bilden. Man macht dann nur den von *Kohlrausch* ausführlich bei der Ladungsverteilung diskutierten Fehler, daß man einem durch n und l charakterisierten Elektron immer die gleichen Werte für n^* und σ zuordnet, gleichgültig ob es sich im Inneren oder am Rand der Hülle befindet.

Es ist befriedigend, daß das eben befürwortete Verfahren, von *Kohlrausch* als Methode II angewendet, zu guten numerischen Ergebnissen führt. Erst dadurch ist die begrifflich saubere Anwendung des *Kohlrauschs*chen Systems auf den Diamagnetismus möglich und ein weiteres Argument für die Zulässigkeit der dem System innewohnenden Näherungsannahmen gewonnen.

Nach den Ausführungen der vorhergehenden Abschnitte kann man zusammenfassend sagen, daß das System von *Kohlrausch* bezüglich der Art der Herleitung dem *Slaters*chen Rezept in gewisser Hinsicht ähnlich ist. In beiden Fällen wird unter der Leitung des Experimentes — ich betrachte die Untersuchungen von *Zener* dabei als mathematisches Experiment — die Form der einzelnen Elektroneneigenfunktionen vorgegeben und durch Anpassung der Parameter an die Meßergebnisse ein umfangreicher Erscheinungskomplex quantitativ mehr oder weniger gut beherrscht.

Begrifflich bedeutet die Näherung von *Kohlrausch* wohl einen gewissen Rückschritt, da durch den einfachen Produktansatz die Wechselwirkung der Elektronen nicht im gleichen Maß berücksichtigt wird wie bei *Slater*.

Dieser Mangel scheint mir aber nicht von großer Bedeutung zu sein, da ja auch die numerische Leistungsfähigkeit der antisymmetrisierten Produktansätze nicht etwa auf der exakten Gültigkeit dieser Ansätze, sondern zu einem großen Teil auf der Tatsache beruht, daß das Variationsverfahren für die analytische Form der Eigenfunktionen einen großen Spielraum läßt. Die quantenmechanischen Näherungsverfahren können nur feststellen, daß sich das Atom in energetischer Hinsicht so verhält, als ob es die im Lösungsansatz vorgegebenen Eigenschaften besäße. Mehr nicht. Diese Einschränkung gilt für das System von *Kohlrausch* natürlich genau so. Sie ist unerfreulich, aber sie beseitigt alle begrifflichen Schwierigkeiten und erlaubt es, das System als gleichberechtigten Partner der üblichen Verfahren anzusehen, dessen Vor- und Nachteile nur durch die praktische Leistungsfähigkeit bedingt sind, sofern man von der eindrucksvollen Methode der Herleitung absieht.

Über eine neue Methode zur Messung der Dielektrizitätskonstante von flüssigen Substanzen geringer Leitfähigkeit im cm-Wellen-Bereich.

Von

E. Ledinegg, P. Urban und F. Reder.

Institut für Theoretische Physik der Universität Graz.

Mit 8 Abbildungen.

(Eingelangt am 5. Mai 1948.)

Zusammenfassung.

Es wird eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante (DK.) von flüssigen Substanzen mittels zylindrischen Hohlraumresonatoren (HR.) im cm-Wellen-Bereich angegeben. Das neue Verfahren arbeitet bei fester Frequenz des Meßsenders und ohne Längenänderung des HR. Der Meßakt besteht im wesentlichen aus einer Volumbestimmung der in den Resonator eingebrachten Flüssigkeit. Die einfache Gestalt der strengen Eigenwertgleichung sowie der Umstand, daß sich hier die Messung einer Differenzwellenlänge erübrigt, ermöglichen die Dielektrizitätskonstante ohne Schwierigkeiten mit einer Genauigkeit von einigen Promille zu bestimmen. Die angegebene Methode dürfte sich besonders zu Strukturanalysen von Flüssigkeiten eignen.

Verwendete Bezeichnungen:

$\epsilon \epsilon_0, \mu \mu_0$ = Dielektrizitätskonstante, bzw. Permeabilität in praktischen Einheiten.

ω = Kreisfrequenz.

$\frac{2\pi}{\lambda} = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \omega = k$ = Kreiswellenzahl.

$\{\mathcal{E}, \mathcal{H}\}$ = Elektrische, bzw. magnetische Feldstärke.

J_0 = Besselfunktion der Ordnung Null.

$y_{0,1}$ = Erste Nullstelle von J_0 .

Δ^* = Laplacescher Operator im Zweidimensionalen.

$e_1 = 1, e_2, e_3$ = Absolutbeträge der Grundvektoren in einem allgemeinen Zylinderkoordinatensystem.

1. Einleitung.

Seit der Verwendung von Hohlraumresonatoren (HR.) zur Messung der elektrischen Materialkonstanten sind eine Reihe von Methoden angegeben worden, welche die Bestimmung von $\epsilon, \mu, \operatorname{tg} \delta$ zum Ziele haben. Die Form der in den Resonator

(dieser wird gewöhnlich kreiszylinderförmig ausgeführt) eingebrachten Probe sowie die besondere Art des Meßvorganges charakterisieren jeweils die betreffende Methode; je nachdem bei fester oder veränderlicher Frequenz des Meßsenders, bzw. bei veränderlicher oder fester Länge des zylindrischen Resonators gearbeitet wird, erhält man verschiedene mehr oder weniger brauchbare Meßverfahren¹⁾.

Zu Präzisionsbestimmungen von ε sind wohl die bei fester Senderfrequenz arbeitenden Verfahren den „Verstimmungsmethoden“ vorzuziehen. Bei letzteren ist man genötigt, das Volumen des Probekörpers (bezogen auf das HR.-Volumen) entsprechend klein zu halten, um bei der hier notwendigen Differenzwellenlängenmessung zwischen belasteten und unbelasteten HR. im Frequenzbereich des Senders zu bleiben. Dieser Umstand bedingt einen relativ großen Fehler in der ε -Bestimmung bei einem an sich kleinen Fehler in der Messung der Differenzwellenlänge.

Das hier zu behandelnde neue Meßverfahren bezieht sich auf die Bestimmung der DK. von Flüssigkeiten; der Meßakt wird bei *fester* Frequenz des Senders und ohne Längenänderung des HR. vorgenommen und besteht im wesentlichen lediglich in einer Volumsbestimmung der in den HR. eingebrachten Probeflüssigkeit.

Nach erfolgter Resonanzeinstellung des Meßsenders (Frequenz $= \omega_0$) in bezug auf den unbelasteten Resonator wird der HR. so lange mit der Probeflüssigkeit gefüllt, bis die Flüssigkeitssäule eine kritische Höhe h_g erreicht hat, bei welcher wiederum Resonanz des HR. bei der gleichen Frequenz ω_0 eintritt. Das zur kritischen Höhe h_g gehörige Flüssigkeitsvolumen V_h steht in einem einfachen Zusammenhang mit der betreffenden DK.; es gilt:

$$\varepsilon = 1 + \left(\frac{n\pi}{h_g \beta_{0,1}} \right)^2 \quad \text{mit} \quad h_g = \frac{V_h}{F}. \quad (1)$$

Dabei bedeuten F = Grundfläche des zylindrischen HR., $\beta_{0,1}^2$ = kleinster Eigenwert von $\Delta^2 S + \beta_{0,1}^2 S = 0$ mit $S = 0$ am Rande; liegt ein Kreiszylinder (Radius $= R$) vor, so wird $\beta_{0,1} = \frac{y_{0,1}}{R}$.

¹⁾ Wird z. B. die Probe als kreiszylinderförmiges Stäbchen ausgeführt, welches koaxial in den HR. einzuführen ist, erhält man die von *F. Borgnis* [Physikal. Z. 43, 284 (1942)] angegebene Verstimmungsmethode; benützt man hingegen zur DK.-Bestimmung eine dielektrische Platte, so ergeben sich daraus sowohl Verstimmungsmethoden als auch Verfahren, welche bei fester Frequenz des Senders mit einer Längenänderung des HR. arbeiten. Diese wurden unabhängig voneinander während des Krieges von *E. Ledinegg* [Naturw. 31, Heft 47/48 (1943)] und angelsächsischen Autoren entwickelt.

Von Gl. (1) wurde in einem anderen Zusammenhang schon in einer früheren Arbeit^{1) 2)} Gebrauch gemacht, in welcher ein Verfahren zur Verlustwinkelbestimmung dielektrischer Stoffe mitgeteilt ist.

Die Möglichkeit, die DK.-Bestimmung in der oben angegebenen Weise durchzuführen, beruht auf dem folgenden Verhalten kreiszylindrischer HR.:

Zwei kongruente zylindrische HR. (z. B. Kreiszylinder mit dem Radius $= R$ und der Höhe $= l$), von denen der eine dielektrikumfrei ist, während der andere eine dielektrische Platte (Radius $= R$) mit der Höhe

$$h_g = \frac{n \pi R}{\sqrt{\varepsilon - 1} y_{0,1}} \quad (n = \text{ganze Zahl} \geq 1) \quad (2a)$$

enthält, sind bei der gleichen Frequenz ω_0 anregbar, wobei ω_0 die Frequenz der elektrischen Grundschiwingung des leeren Resonators bedeutet. Der Feldlinienverlauf des HR. mit dielektrischer Platte setzt sich dabei aus jenen der elektrischen Grundschiwingung und der n -ten axialsymmetrischen elektrischen Oberschiwingung zusammen³⁾.

Im folgenden wird in aller Kürze auf die Theorie zylindrischer HR. mit einem geschichteten dielektrischen Medium eingegangen und die Durchführung der Meßmethode an Hand eines Beispiels gezeigt.

2. Darstellung des elektromagnetischen Feldes eines zylindrischen HR. mit geschichtetem dielektrischem Medium.

Gegeben ist ein zylindrischer HR. (Höhe $= l$) mit einer stückweise glatten Berandungskurve C (d. h. C ist die orthogonale Projektion der Mantelfläche des HR. auf einer seiner ebenen Abschlußflächen), welche nach passender Einbettung des HR. in ein allgemeines Zylinderkoordinatensystem (x_1, x_2, x_3) durch $x_2 = \text{const.} = x_2^{(1)}$ festgelegt ist. Im HR. befindet sich eine dielektrische Platte (hier wird eine Flüssigkeit gemeint; DK. $= \varepsilon$, Höhe $= h$) (siehe Abb. 1).

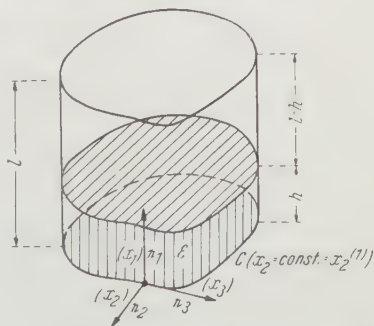


Abb. 1. Zylindrischer HR. mit stückweise glatter Berandungskurve C . Im HR. befindet sich eine dielektrische Flüssigkeitssäule (Höhe $= h$, DK. $= \varepsilon$).

²⁾ E. Ledinegg u. P. Urban, Über die Verlustwinkelbestimmung von Materialien mit hoher Dielektrizitätskonstante, Acta Physica Austriaca (im Erscheinen).

³⁾ E. Ledinegg u. E. Fehrer, Über neue Methoden zur Bestimmung der DK. im cm-Wellen-Bereich, Acta Physica Austriaca 3 (1. Heft), 82 (1949).

Aus den *Maxwellschen* Gleichungen und der Randbedingung $\mathfrak{E}_t = 0$ folgt dann die Darstellung der „Eigenfelder“ für den elektrischen Typ⁴⁾:

$$\mathfrak{E}^{(i)} \begin{cases} \varepsilon_0 E_1^{(i)} = \frac{\beta^2 A_i}{f_i} \psi_i(x_1) S(x_2, x_3) \\ \varepsilon_0 E_2^{(i)} = \frac{A_i}{e_2 f_i} \psi_i'(x_1) \frac{\partial S(x_2, x_3)}{\partial x_2} \\ \varepsilon_0 E_3^{(i)} = \frac{A_i}{e_3 f_i} \psi_i'(x_1) \frac{\partial S(x_2, x_3)}{\partial x_3} \end{cases} \quad \mathfrak{H}^{(i)} \begin{cases} H_1^{(i)} = 0 \\ H_2^{(i)} = \frac{j \omega A_i}{e_3} \frac{\partial S(x_2, x_3)}{\partial x_3} \psi_i(x_1) \\ H_3^{(i)} = -\frac{j \omega A_i}{e_2} \frac{\partial S(x_2, x_3)}{\partial x_2} \psi_i(x_1) \end{cases} \quad (3a)$$

Der Index $i=1, 2$ vermittelt die Zuordnung der Feldgrößen $\{\mathfrak{E}^{(i)}, \mathfrak{H}^{(i)}\}$ zu den durch die Sprungfläche der DK. ($x=h$) getrennten Räumen $R^{(1)}, R^{(2)}$ des HR.

Die Verteilungsfunktion f_i der dielektrischen Substanz hat hier die Gestalt

$$f_i = \begin{cases} 1 & (i=1) \\ \varepsilon & (i=2) \end{cases}$$

Für die Anpassungskonstanten A_i erhält man aus der Stetigkeit der Tangentialkomponenten von $\{\mathfrak{E}, \mathfrak{H}\}$ in $x_1 = h$

$$A_i = \begin{cases} 1 & (i=1) \\ \psi_1(h)/\psi_2(h) & (i=2) \end{cases} \quad (3b)$$

Die Funktionen $\psi_i(x_1)$ und $S(x_2, x_3)$ genügen folgenden Differentialgleichungen:

$$\Delta^* S(x_2, x_3) + \beta^2 S(x_2, x_3) = 0 \quad \text{mit} \quad S(x_2, x_3) = 0 \quad \text{für} \quad x_2 = x_3^{(1)} \quad (4a)$$

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{f_i} \psi_i' \right)' - \frac{\beta^2}{f_i} \psi_i + k_0^2 \psi_i &= 0 \quad \text{mit} \quad k_0^2 = \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \quad \text{und} \\ \psi_1'(x_1) &= 0 \quad \text{für} \quad x_1 = l \\ \psi_2'(x_1) &= 0 \quad \text{für} \quad x_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4b)$$

Gl. (3) und (4) liefern die Eigenwertgleichung

$$\varepsilon \gamma_1 \operatorname{tg} \gamma_1 (h-l) = \gamma_2 \operatorname{tg} \gamma_2 h \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \gamma_1 = \sqrt{k_0^2 - \beta^2} \\ \gamma_2 = \sqrt{\varepsilon k_0^2 - \beta^2} \end{cases}$$

woraus sich aus der Forderung

$$\omega(h_g) = \omega_0 \quad (\omega_0 = \text{Frequenz der Grundschiwingung des unbel. HR.})$$

⁴⁾ E. Ledinegg u. P. Urban, Über die Darstellung des vollständigen Systems der Eigenschwingungen beliebiger zylindrischer HR. mit horizontaler Schichtung des dielektrischen Mediums, Acta Physica Austriaca (im Erscheinen).

unmittelbar die kritische Höhe h_g zu

$$h_g = \frac{n\pi}{\sqrt{\varepsilon - 1} \beta_{0,1}} \quad (2b)$$

ergibt, wobei unter $\beta_{0,1}$ der kleinste Eigenwert von (4a) zu verstehen ist.

Für die DK.-Bestimmung verwendet man, wie schon bemerkt, am bequemsten einen kreiszylindrischen HR.; hier wird

$$S(x_2) = J_0(\beta_{0,1} r) \quad \text{mit} \quad \beta_{0,1} = \frac{y_{0,1}}{R} \quad (x_2 = r)$$

und

$$h_g = \frac{n\pi R}{\sqrt{\varepsilon - 1} y_{0,1}}$$

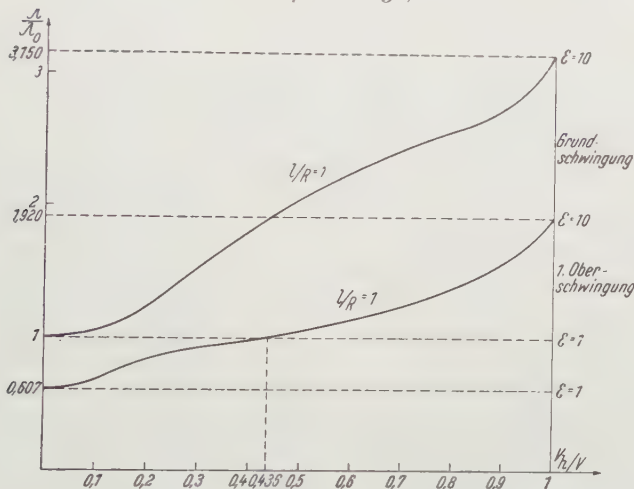


Abb. 2. Die auf λ_0 bezogenen Resonanzwellenlängen $\lambda_1(h)$, $\lambda_2(h)$ (Grundschwingung und erste Oberschwingung) eines kreiszylindrischen HR. mit eingebrachter dielektrischer Flüssigkeit in Abhängigkeit vom Flüssigkeitsvolumen V_h .

Abb. 2 zeigt die Abhängigkeit der auf λ_0 bezogenen Resonanzwellenlänge $\lambda_1(h)$ (Grundschwingung des HR. mit dielektrischer Flüssigkeit der Höhe h) und $\lambda_2(h)$ (erste axialsymmetrische Oberschwingung des HR.) vom Volumen V_h der eingebrachten Flüssigkeit, deren DK. mit $\varepsilon = 10$ angenommen wurde.

Bei $\frac{V_h}{V}$ ($V = \text{HR.-Volumen}$) $= 0,435$ ist die kritische Höhe erreicht und es gilt $\lambda_2(h) = \lambda_0$.

Wie man einsieht, läßt sich Gl. (2b) auch elementar, d. h. ohne Benützung der Formel des Zweischichtenproblems ableiten, wenn man beachtet, daß metallische Flächen, welche senkrecht zum \mathcal{E} -Felde stehen, ohne Störung des Zustandes

nach Belieben hinzugefügt oder entfernt werden können. Erregt man z. B. zwei abgeschlossene kreiszylindrische HR., $R^{(1)}$ und $R^{(2)}$, mit gleichen Grundflächen und den Höhen $(l-h)$, bzw. h ($R^{(1)}$ ist dielektrikumfrei, während $R^{(2)}$ zur Gänze mit einer dielektrischen Substanz angefüllt ist) in der elektrischen Grundschwingung

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_0^{(1)}}\right)^2 = k_0^2 = \left(\frac{y_{0,1}}{R}\right)^2,$$

bzw. in der ersten axial-symmetrischen Oberschwingung

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda^{(2)}(h)}\right)^2 = k^2(h) = -\frac{1}{\varepsilon} \left\{ \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{y_{0,1}}{R}\right)^2 \right\}$$

und sorgt durch passende Wahl von h oder ε , daß die Beziehung $k_0^2 = k^2(h)$ besteht, so erhält man Gl. (2a). Fügt man die beiden Resonatoren längs ihrer Grundflächen aneinander und entfernt diese, so entsteht ein geschichteter HR. mit den verlangten Eigenschaften.

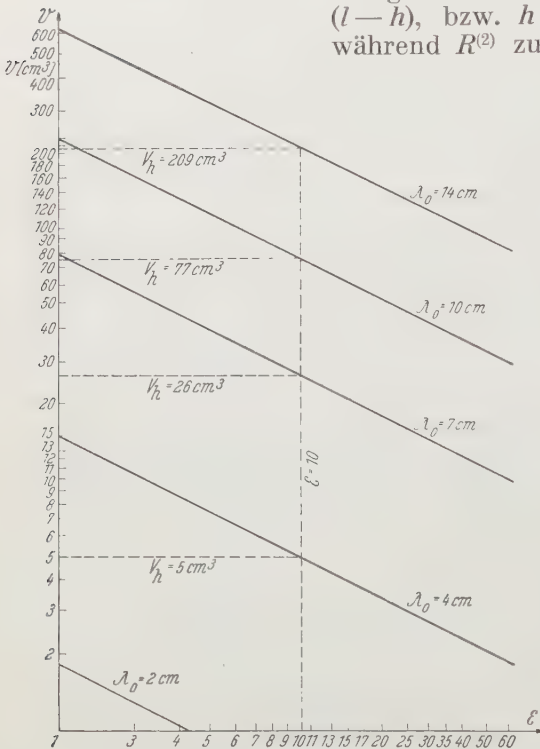


Abb. 3. Graphische Darstellung des kritischen Flüssigkeitsvolumens V_h als Funktion von ε mit λ_0 (Resonanzwellenlänge) als Parameter; nach Gl. (6).

3. Durchführung einer DK.-Bestimmung bei 7 und 14 cm Wellenlänge.

Aus Gl. (1) läßt sich die für DK.-Bestimmungen sehr brauchbare Formel

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= 1 + c \left(\frac{\lambda_0^3}{V_h} \right)^2 \\ \text{mit} \quad c &= \left(\frac{y_{0,1}^2}{8\pi} \right)^2 = 0,052947 \dots \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

gewinnen. Dabei bedeutet λ_0 die Grundwellenlänge des zylindrischen HR. Zur graphischen Darstellung von (6) sind logarithmische Maßstäbe für $\varepsilon - 1$ und V_h am geeignetsten. In Abb. 3

ist mit λ_0 als Parameter ein derartiges Diagramm wiederzugeben.

Der prinzipielle Aufbau der Meßapparatur ist aus der schematischen Skizze Abb. 4 ersichtlich. Abb. 5 zeigt den Meßhohlraum mit Bürette

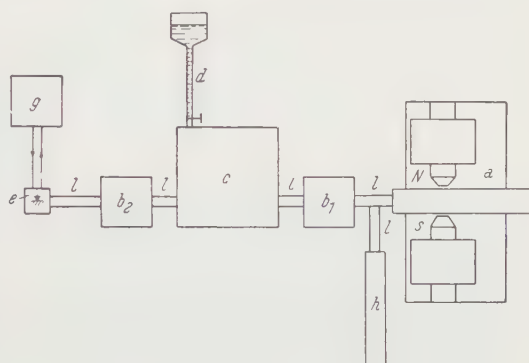


Abb. 4. Prinzipieller Aufbau der Meßapparatur; a = Magnetron, b_1, b_2 = Vierpole zur Anpassung, c = Meßhohlraum, d = Bürette zur Aufnahme der Meßflüssigkeit und zur Anzeige des verwendeten Flüssigkeitsvolumens, e = Gleichrichter, g = Galvanometer als Indikator der kritischen Höhe, h = Wellenmesser zur Bestimmung der festen Senderfrequenz, l = Übertragungsleitungen.

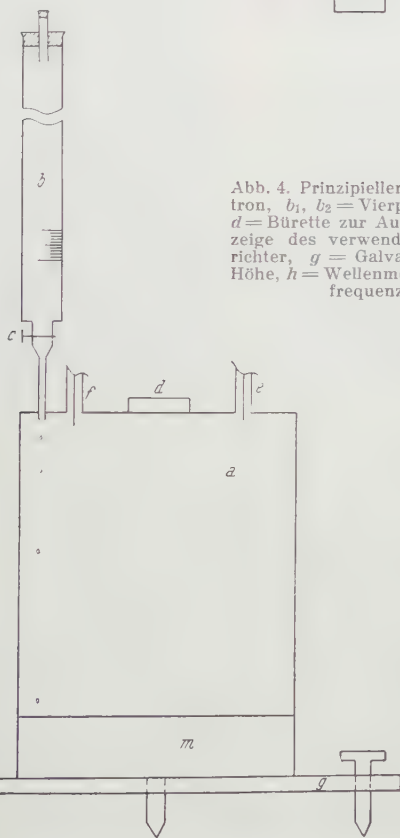


Abb. 5. Schematische Ansicht des Meßhohlraumes mit Bürette; a = Meßhohlraum, b = Bürette mit Skala, c = Bürettenhahn, d = Libelle als Horizontierindikator, e = Einkoppelung der Feldenergie, f = Auskoppelung zum Gleichrichter und Galvanometer, g = Grundbrett mit Horizontierschrauben, m = Meßflüssigkeit.

(zur Aufnahme der Flüssigkeit), welche eine Ablesegenauigkeit von $0,1 \text{ cm}^3$ gestattete.

Der Meßvorgang ist der folgende:

Der leere HR. wird mittels des HF-Generators in der Grundschwingung erregt und der Resonanzzustand in üblicher Weise durch ein Galvanometer kontrolliert. Nach Öffnen der Bürette fließt die zu messende Substanz in den HR., wobei der Resonanzausschlag am Galvanometer fast augenblicklich verschwindet. Nach Erreichung der kritischen Höhe h_g stellt sich wieder Resonanz

ein; die Bürette wird geschlossen und die eingelaufene Flüssigkeitsmenge V_h z. B. an der Bürettenskala abgelesen.

Als Beispiel sei hier die DK.-Bestimmung von ungereinigtem Benzin angegeben. Die Messungen wurden bei $\lambda = 7$ cm, bzw. $\lambda = 14$ cm durchgeführt. Als HF-Generatoren standen eine Resotankröhre (Firma J. Pintsch KG., $\lambda = 14$ cm) und ein Magnetron ($\lambda = 7$ cm) in Verwendung.

Abb. 6 demonstriert die Genauigkeit, mit welcher das kritische Volumen experimentell bestimmbar ist. Wie ersichtlich, genügen wenige Tropfen der Meßflüssigkeit zur deutlichen Überschreitung der maximalen Resonanzamplitude.

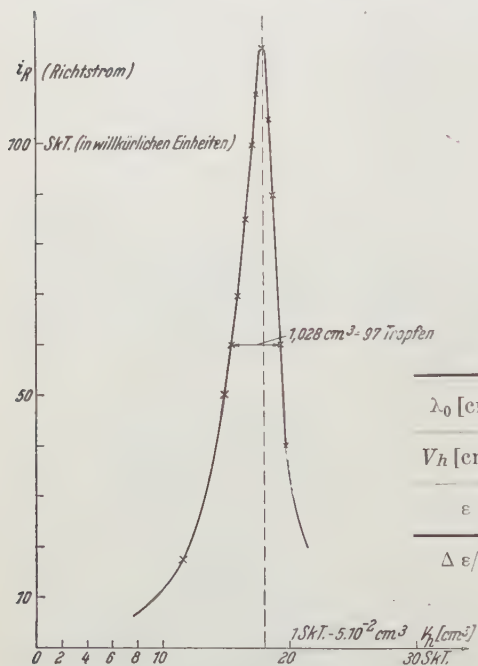


Abb. 6. Das Resonanzverhalten des HR. in der Umgebung der kritischen Höhe h_g . Als Abszisse ist die eingelaufene Flüssigkeitsmenge in cm^3 aufgetragen: 1 Skt. entspricht $10^{-2} \text{ cm}^3 = 25$ Flüssigkeitstropfen $= 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \Delta h = 5 \cdot 10^{-3} \Delta \epsilon$. Bei exakter Bestimmung der festen Senderfrequenz würde also der Fehler der DK.-Bestimmung nur 0,0005 betragen.

Wie die nachstehende Tabelle zeigt, läßt sich die DK. des von uns verwendeten Benzins ohne besonderen Aufwand mit einer Genauigkeit von einigen Promille bestimmen.

λ_0 [cm]	$6,793 \pm 0,001$	$13,986 \pm 0,001$
V_h [cm^3]	$21,4 \pm 0,1$	$187,1 \pm 0,1$
ϵ	12,36	12,324
$\Delta \epsilon / \epsilon$	$\pm 0,009$	$\pm 0,001$

Gl. (6) gilt bei „einfacher“ kritischer Höhe h_g ($n = 1$). Ist die DK. der zu messenden dielektrischen Substanz sehr groß (also V_h klein), so wird man, um den Meßfehler entsprechend zu verringern,

nicht bei $n = 1$, sondern bei $n < 1$ arbeiten. Gl. (6) modifiziert sich dann zu

$$\epsilon = 1 + n^2 c \left(\frac{\lambda_0^3}{V_h} \right)^2.$$

Abschließend noch einige Bemerkungen allgemeiner Natur: Die Brauchbarkeit eines DK.-Meßverfahrens kann an dem Bestehen folgender Forderungen geprüft werden, welche wenigstens zum Teil erfüllt sein sollen:

1. Aufbau der DK.-Bestimmung auf möglichst wenigen und bequem bestimmbareren Meßgrößen.
2. Kleine Meßfehler ergeben Auswertungsfehler in der gleichen Größenordnung.
3. Möglichst einfacher Bau der strengen Eigenwertgleichung.

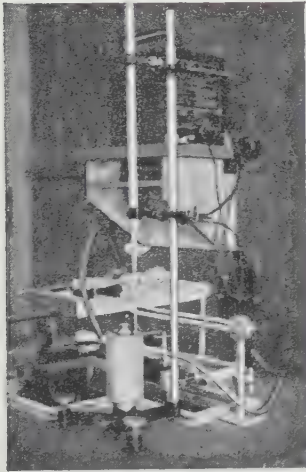


Abb. 7. Ansicht des Meßhohlraumes mit Bürette.

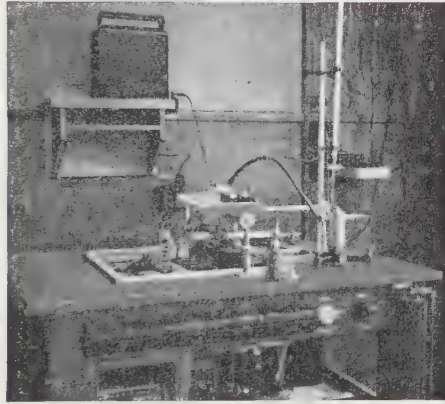


Abb. 8. Gesamtansicht der Apparatur mit Meßsender ($\lambda = 7$ cm).

Ein Vergleich mit Gl. (6) zeigt, daß hier alle drei Bedingungen erfüllt sind.

Der Kompetenzbereich des neuen Verfahrens dürfte wegen der zu erzielenden Genauigkeit nicht nur auf Probleme rein technischer Natur beschränkt bleiben, sondern auch in der Strukturanalyse von Flüssigkeiten (z. B. Bestimmung der Temperaturabhängigkeit des mittleren Dipolmomentes, Feststellung der Bereiche anomaler Dispersion usw.) mit Erfolg angewendet werden.

Bericht über neuere Arbeiten an durchdringenden Schauern und durchdringenden Teilchen.

Zweiter Teil.

Von

Kurt Sitte.

The Physical Laboratories, The University, Manchester*).

Mit 14 Abbildungen.

(Eingelangt am 6. Oktober 1948.)

§ 4. Lokale und ausgedehnte durchdringende Schauer. Die Experimente von Broadbent und Jánossy.

Zurückblickend auf die in den ersten drei Abschnitten dieses Berichtes behandelten Versuche wäre man geneigt, die Zeit bis etwa 1946 als eine „klassische Phase“ des Studiums der durchdringenden Schauer anzusehen. Jeder neue Versuch schien nur etwas mehr zur Abrundung des Bildes beizutragen, das man von Mesonenproduktion und Schauerbildung entworfen hatte; die Berechtigung der dem Bilde zugrunde liegenden Ideen schien nie in Zweifel zu stehen. Die Sturmzeichen tauchten im Jahre 1947 auf, als die Arbeiten von *Occhialini* und *Powell* an photographischen Platten und die Nebelkammeruntersuchungen von *Rochester* und *Butler* den Beweis für die Unzulänglichkeit der bisherigen Ideen erbrachten. Es geht einfach nicht an, von „Mesonen“ als einer einheitlichen Teilchenart zu sprechen, wie es bis dahin stillschweigend vorausgesetzt worden war.

Halten wir für einen Augenblick an, um dieses komplex gewordene Gebiet zu überblicken. Es kann kein Zweifel darüber bestehen, daß die überwiegende Mehrheit der Einzelteilchen, die die durchdringende Komponente der Höhenstrahlung ausmachen, „gewöhnliche“ Mesonen von 200 Elektronenmassen und einer Lebensdauer von $2\mu\text{sec}$ sind: wir bezeichnen sie, in der üblichen Terminologie, als μ -Mesonen. Daneben hatten nun *Powell* und seine Mitarbeiter [P 2] die „ π -Mesonen“ gefunden, deren Masse etwa $300 m_e$ und deren Lebensdauer von der Größenordnung 10^{-8} bis 10^{-9} sec ist. Diese — und anscheinend

*) Jetzt am Department of Physics, Syracuse University, Syracuse, New York.

nur diese — Teilchen sind imstande, Kernexplosionen auszulösen („Sterne“ in den photographischen Platten). Es ist also die schwerere Mesonengattung und nicht die $200\text{-}m_e$ -Varietät, die für die Kernkräfte verantwortlich ist — eine Feststellung, die den Theoretikern viel Genugtuung bereitet, die längst eine größere Mesonenmasse als $200\text{-}m_e$ „gewünscht“ hatten. Beim Zerfall der π -Mesonen wird ein μ -Meson und ein neutrales Teilchen emittiert. — *Gardner* und *Lattes* [G 1] haben kürzlich die Entstehung von π -Mesonen in künstlichen Kernprozessen mit dem großen Berkeley-Zyklotron festgestellt.

Aus theoretischen Gründen haben ferner *Bethe* und *Marshak* [B 6] die Existenz eines kurzlebigen Mesons stipuliert, und *Greisen* [G 2] hat gezeigt, wie eine Reihe ansonsten schwer verständlicher Befunde mit dieser Annahme eines äußerst kurzlebigen neutralen Mesons, das in zwei

γ -Quanten zerfällt, erklärt werden können. Insgesamt haben wir es also mit mindestens vier verschiedenen Teilchen zu tun, selbst wenn wir die Ladungsvorzeichen unberücksichtigt lassen: den alten μ -Mesonen, *Powells*

π -Mesonen, den $1000\text{-}m_e$ -Teilchen von *Rochester* und *Butler*, die wir hier als „ τ -Mesonen“ bezeichnen wollen, und den neutralen „ ν -Mesonen“, von denen es wahrscheinlich verschiedene Arten mit verschiedener Masse gibt (zumindest eine Art mit ungefähr $1000\text{-}m_e$, und die leichtere Art, die, wie erwähnt, in zwei Photonen zerfällt). Über die Zerfallschemen dieser Teilchen, über ihr gegenseitiges Verhältnis und ihr Verhältnis zu den Kernteilchen kann fast nichts mit Sicherheit ausgesagt werden, außer daß die gewöhnlichen μ -Mesonen wenig oder nichts mit den Kernkräften zu tun zu haben scheinen.

Das fortgesetzte Studium der durchdringenden Schauer, insbesondere des Zusammenhanges der durchdringenden Schauer mit den großen „Auger-Schauern“ oder ausgedehnten Schauern, brachte nun zunächst nur weitere Verwirrung anstatt Klärung dieses Bildes. Wir müssen diese Versuche ihrer Wichtigkeit halber in einiger Ausführlichkeit behandeln.

Broadbent und *Jánossy* [B 7, B 8, B 9] benützten eine experimentelle Anordnung, die der von *Jánossy*s früheren Versuchen sehr ähnlich ist, fügten jedoch eine „Extension“ (vgl. § 2) hinzu. Die Anordnung ist in Abb. 18 skizziert; sie besteht in erster

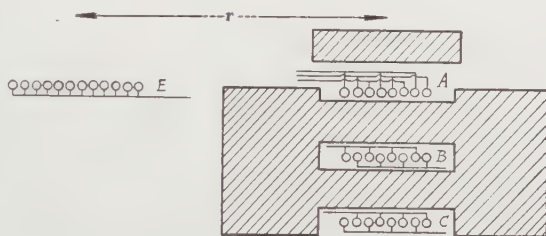


Abb. 18. Die Versuchsanordnung von *Broadbent* und *Jánossy* [B 7].

Linie aus den drei Zählrohrgruppen *A*, *B* und *C*, die voneinander durch je 15 cm Blei getrennt und nach den Seiten durch 50 cm Blei gepanzert sind. *A* ist in drei, *B* und *C* sind in je zwei Untergruppen geteilt, so daß zur Auslösung der gesamten Anordnung — wir wollen sie kurz „Gruppe *P*“ nennen — wieder 7fache Koinzidenzen erforderlich waren. Jede der Gruppen *A*, *B* und *C* bestand aus acht Zählrohren und bedeckte eine Fläche von 1000 cm².

Die Extension *E* bestand aus zwölf Zählrohren mit einer Fläche von 2500 cm², und ihre Entfernung *r* von *P* wurde variiert; während des ersten Teiles der Versuche war der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Gruppen 50 cm. In diesen

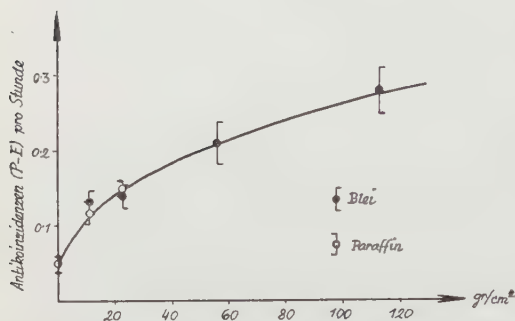


Abb. 19. Übergangseffekt lokaler durchdringender Schauer [B 7].

Experimenten wurden sowohl 8fache Koinzidenzen (*PE*) als auch Antikoinzidenzen (*P—E*) verzeichnet. Die zufälligen Koinzidenzen und Antikoinzidenzen wurden wieder sorgfältig experimentell bestimmt und Korrekturen, wo nötig, vorgenommen.

Zunächst wurde nun die Zahl der Antikoinzidenzen (*P—E*) als Funktion der Dicke des Absorbers *T* über der Anordnung *P* gemessen, wobei als Absorbermaterial 1—10 cm Blei und 14—28 cm Paraffin (äquivalent zu 1—2 cm Blei) verwendet wurden. Die Ergebnisse ihrer 4000stündigen Registrierung sind in Abb. 19 dargestellt. Man sieht, daß die für *T* = 0 sehr geringe Schauerzahl mit wachsender Absorberdicke zunächst rasch zunimmt — und zwar in ungefähr gleichem Maße für Blei und für Paraffin — und erst bei großen Dicken einen Sättigungswert erreicht. Mit Einschluß der statistischen Schwankungen berechnen die Autoren für das Verhältnis der Absorption in Blei und in Paraffin eine Abhängigkeit von der Ordnungszahl wie $Z^{1,0 \pm 0,2}$.

Es ist nun von Bedeutung, daß die Antikoinzidenzen (*P—E*) praktisch ausschließlich von Schauern ausgelöst werden können, deren Ausdehnung sehr klein ist und die daher als „lokale Schauer“ bezeichnet werden müssen. Dies folgt vor allem aus der großen Oberfläche von *E* und dem Umstand, daß nur *eine* Partikel auf *E*, dagegen *drei* Partikeln auf *P* auffallen müssen, um die entsprechende Gruppe ansprechend zu machen. Der geringe Anfangswert für *T* = 0 und der rasche Anstieg der Schauerzahl mit *T* lassen dann den Schluß zu, daß es sich überwiegend um

in T durch eine Primärstrahlung erzeugte durchdringende Schauer handelt. Die lokalen Schauer verdanken also offenbar den schon früher diskutierten Prozessen ihren Ursprung, in denen Gruppen von Mesonen durch schnelle Kernteilchen mit einer Reichweite von ungefähr 100 gr cm^2 erzeugt werden.

Was die für $T=0$ gefundenen Schauer betrifft, so ist die wahrscheinlichste Erklärung (von *J. G. Wilson* vorgeschlagen) die, daß es sich um Schauer handelt, die *unter A* ausgelöst und in denen Teilchen nach rückwärts durch *A* emittiert werden. Derartige Prozesse waren schon damals in Nebelkammerbildern festgestellt worden: sie sind in letzter Zeit als gar nicht so selten erkannt worden. In Luft über *A* gebildete Schauer dagegen würden mit viel größerer Wahrscheinlichkeit Koinzidenzen (PE) als Antikoinzidenzen ($P-E$) hervorrufen.

Um diese Deutung der lokalen durchdringenden Schauer noch eindeutiger zu beweisen, wurden die Versuche mit einem Absorberdach R von 8 cm Blei, 1,5 m über *A* angebracht, fortgesetzt. Ausgedehnte Schauer wurden durch eine weitere Zählrohrgruppe S (von 1000 cm^2) nahe bei

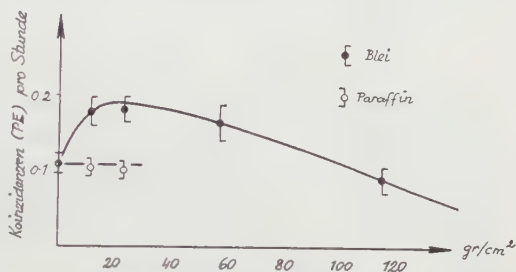


Abb. 20. Übergangseffekt ausgedehnter durchdringender Schauer [B 7].

R ausgeschlossen, mittels der Antikoinzidenzen ($P-E-S$) registriert wurden. Diese sind dann Schauern zuzuschreiben, die in T von in R nicht absorbierten Primärteilchen erzeugt werden. Da nun die Dicke von R ungefähr gleich der vermuteten Reichweite der Primärteilchen ist, sollte man unter R eine Reduktion der Anzahl der lokalen Schauer auf ungefähr $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$ des Wertes ohne R erwarten. Die Meßergebnisse bestätigen diese Erwartung vollauf.

Die Zählung der Koinzidenzen (PE) hingegen ergibt ein völlig verschiedenes Bild. Der Übergangseffekt dieser Schauer, die wir im Gegensatz zu den lokalen als ausgedehnte bezeichnen können, ist in Abb. 20 dargestellt. Er erinnert für den Bleiabsorber an die bekannten „Rossi-Kurven“ der Kaskadenschauer. Mit Paraffin hingegen ließ sich kein analoger Effekt feststellen: der Übergangseffekt der ausgedehnten Schauer ist demnach stark von der Ordnungszahl Z des Absorbers abhängig.

Dieses Verhalten ist nun vollständig verständlich, wenn die ausgedehnten Schauer zum großen Teil aus Elektronenkaskaden bestehen, deren Dichte beim Übergang von Luft zu Blei zunächst zunehmen muß, bevor, für größere Absorberdicken, die Absorption der Elektronen überwiegt. Auf diesen Punkt werden

wir noch mehrmals zu sprechen kommen. — 28 cm Paraffin hingegen sind nur ein Bruchteil einer Kaskadeneinheit, so daß kein beachtlicher Einfluß dieses Absorbers zu erwarten ist.

Soweit bestätigen also diese Ergebnisse den Befund von *Jánossy* und *Rochester* [J 6], deren Übergangskurve sich am besten durch Superposition zweier Exponentialfunktionen mit mittleren Weglängen von 4,6 cm und 1 cm Blei darstellen ließ. Wir erkennen jetzt, wie sich die erste auf die lokalen, die zweite auf die ausgedehnten Schauern zurückführen läßt, die in dem genannten Experiment ja nicht voneinander getrennt waren. Dieser Umstand, mangelhafte Trennung von lokalen und ausgedehnten Schauern, erklärt ferner die meisten der älteren Mißverständnisse und Diskrepanzen. Wenn in verschiedenen Anordnungen das Verhältnis zwischen den registrierten lokalen

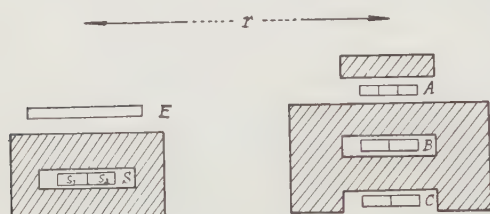


Abb. 21. Die Versuchsanordnung von *Broadbent* und *Jánossy* [B 8].

und ausgedehnten Schauern nicht das gleiche war, so ist infolge der verschiedenen Eigenschaften dieser beiden Schauernarten mangelhafte Übereinstimmung der Meßresultate nicht überraschend. Insbesondere sollten die Befunde der älteren Arbeiten sowohl über die Reich-

weiten der ionisierenden und der nicht-ionisierenden Primärteilchen als auch über deren relative Häufigkeit als Erzeuger von durchdringenden Schauern nach diesem Gesichtspunkt korrigiert werden. Wir begnügen uns hier mit der Feststellung, daß die Korrektur in beiden Fällen die Übereinstimmung mit der Theorie nur verbessert.

Der nächste Schritt [B 8] war die Untersuchung des Prozesses, durch den durchdringende Teilchen in ausgedehnten Schauern erzeugt werden. Zu diesem Zwecke wurde die Extension E der früheren Arbeit durch eine weitere, in zwei Untergruppen S_1 und S_2 geteilte Zählrohrgruppe S ergänzt. S war nach unten durch 10 cm, nach allen anderen Seiten durch 15 cm Blei gepanzert und hatte eine Fläche von 1000 cm². Die gesamte Anordnung ist in Abb. 21 ersichtlich.

Gezählt wurden:

1. Koinzidenzen (PE) von P und zumindest einem Zählrohr von E ;
2. Koinzidenzen (PS) von P und zumindest einem Zählrohr von S ;
3. Koinzidenzen ($PS_1 S_2$) von P und zumindest einem Zählrohr sowohl von S_1 als auch von S_2 .

Offenbar müssen alle diese Koinzidenzen zumindest zwei durchdringende Teilchen in P enthalten; (PS) verlangt außerdem zumindest ein, $(PS_1 S_2)$ zumindest zwei durchdringende Teilchen in S . — Der Abstand zwischen P und S wurde von 0,5 bis 9 m variiert.

Während eines Teiles der Versuche wurde noch eine weitere Extension E' , mit 1000 cm² Fläche, benützt und Koinzidenzen (PE') zusätzlich gezählt. Über P konnte wieder ein veränderlicher Absorber T angebracht werden.

In ähnlicher Weise, wie es *Cocconi* und seine Mitarbeiter [C 2, C 3] und *Daudin* [D 2] getan haben, kann man nun die Dichteverteilung der Teilchen in den durchdringenden Schauern bestimmen, wenn man die Zahl der Koinzidenzen als Funktion der Fläche der Extension ermittelt. Es ist dabei zu beachten, daß P einen selektiven Einfluß ausübt, da von vornherein nur solche Schauer registriert werden, die in P 7fache Koinzidenzen hervorrufen.

Mit Absorberdicken $T=5$ und 10 cm Blei wurden über etwa 300 Stunden Koinzidenzen (PE) , (PE') und $(P, E+E')$ gezählt — die letzteren solche, bei denen außer P sowohl E als auch E' getroffen worden waren. Die Messungen lassen sich zufriedenstellend durch ein Potenzgesetz

$$(PF) \propto F^\gamma \quad \text{mit} \quad \gamma = 0,56 \pm 0,10 \quad (4, 1)$$

darstellen: die Zahl der Koinzidenzen von P mit einer Extension von einer Fläche F ist proportional zu F^γ , sowohl für den 5-cm- als auch für den 10-cm-Bleipanzer. — Das gleiche Ergebnis findet übrigens auch Miss *Choudhuri* [C 4] in einer Nebelkammeruntersuchung.

Eine interessante Beobachtung über die seitliche Ausbreitung der Schauerteilchen folgt aus dem Vergleich der Koinzidenzen (PE) und (PS) für 2,5 und 9 m Entfernung. Das Verhältnis der Zahlen $(PS)/(PE)$ läßt einen Schluß auf die Dichte der durchdringenden Teilchen für verschiedene Dichten der weichen Schauerteilchen zu, da ja die Anzahl der Elektronen pro Flächeneinheit mit wachsendem Abstand abnimmt. Man findet experimentell

$$(PS)/(PE) = \begin{cases} 0,27 \pm 0,03 & \text{für } r = 2,5 \text{ m} \\ 0,20 \pm 0,03 & \text{für } r = 9 \text{ m} \end{cases}$$

also keinen Unterschied von Bedeutung. Die Dichte der durchdringenden Teilchen ist — zumindest angenähert — proportional zur Dichte der weichen Teilchen.

Nun kann man allgemein die Dichteverteilung von Teilchen in Schauern aus den Koinzidenzraten $(F_1 F_2 \dots)$ von Zählrohrgruppen mit Flächen F_1, F_2 usw. ermitteln. Wenn sich die Zählrohrgruppen nicht überdecken und nicht allzuweit voneinander

entfernt sind, läßt sich $(F_1 F_2 \dots)$ durch das Dichtespektrum $C(x)dx$ — die Wahrscheinlichkeit für eine Teilchenzahl zwischen x und $x+dx$ — in der folgenden Weise ausdrücken:

$$(F_1 F_2 \dots) = \int_0^{\infty} (1 - e^{-F_1 x}) (1 - e^{-F_2 x}) \dots dC(x) \quad (4, 2)$$

woraus man mit der Annahme

$$C(x) = B \cdot x^{-\gamma} \quad (4, 3)$$

den Ausdruck

$$(F_1 F_2 \dots) = \gamma B \int_0^{\infty} (1 - e^{-F_1 x}) (1 - e^{-F_2 x}) \dots \frac{dx}{x^{\gamma+1}} \quad (4, 4)$$

gewinnt, von dem man die Beziehung

$$(\alpha F_1, \alpha F_2 \dots) = \alpha^{\gamma} (F_1 F_2 \dots) \quad (4, 5)$$

herleiten kann.

Sowohl *Cocconi* und seine Mitarbeiter und *Daudin* in den zitierten Arbeiten als auch *Clay* [C 5] hatten zufriedenstellende Übereinstimmung ihrer Messungen mit diesen Formeln erhalten, wenn $\gamma \approx 1,5$ gewählt wird. *Cocconi* und Mitarbeiter haben auch 3fache Koinzidenzen unter dicken Absorbern mit verschiedener Zählrohrfläche gemessen und so einen analogen Exponenten für durchdringende Teilchen bestimmt. Sie finden $\gamma = 1,0 \pm 0,3$, einen Wert, der wohl in Anbetracht der großen experimentellen Unsicherheit als identisch mit dem für die weiche Strahlung gemessenen angesehen werden kann. Wenn das so ist, so kann die Dichte der durchdringenden Teilchen in einem Schauer mit x Elektronen pro cm^2 als proportional zu x , sagen wir $k \cdot x$ mit konstantem k , angenommen werden.

Diese Ergebnisse scheinen nun aufs erste in Widerspruch zu den Messungen von *Broadbent* und *Jánossy* zu stehen, in denen ein Exponent $\sim 0,5$ gefunden wurde. Die Erklärung liegt in der durch *P* eingeführten besonderen Auswahl von Schauern mit großen Dichten um *P*. Schreiben wir für die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Schauer von der Dichte x in *P* registriert wird, $w_P(x)$, so erhalten wir für das effektive Dichtespektrum $D(x)$, das auf *E* einfällt,

$$dD(x) = w_P(x) \cdot dC(x) \quad (4, 7)$$

und somit für die Anzahl der Koinzidenzen (*PE*)

$$(PE) = \gamma B \int_0^{\infty} (1 - e^{-Ex}) w_P(x) \frac{dx}{x^{\gamma+1}} \quad (4, 8)$$

Mit einer Annahme

$$w_P(x) \propto x \quad (4, 9)$$

ergibt sich somit für das durch P ausgewählte Spektrum

$$D(x) = B' \cdot x^{-0,5} \quad (4, 10)$$

in Übereinstimmung mit dem experimentellen (4, 1). Die Gültigkeit von (4, 10) ist natürlich auf nicht zu kleine Dichten beschränkt. — Die physikalischen Konsequenzen von (4, 9) werden wir weiter unten diskutieren.

Man kann nun weiter den Wert der Konstanten k , dem Verhältnis der Dichten von durchdringenden und weichen Teilchen, aus dem Verhältnis der Anzahlen von Koinzidenzen mit und ohne Absorber bestimmen. In *Cocconis* Experimenten verhielten sich diese Zahlen wie 1:300, woraus für k

$$1/k = 300^{1/2} = 45 \quad (4, 11)$$

folgt oder eines von 45 Schauerteilchen ist durchdringend.

In den Experimenten von *Broadbent* und *Jánossy* waren sowohl Koinzidenzen (PE) als auch (PS) und ($PS_1 S_2$) für verschiedene Entfernungen r zwischen P und den Extensionen registriert worden. Während man z. B. für 2,5 m Entfernung $0,100 \pm 0,008$ (PE)-Koinzidenzen pro Stunde zählt, findet man nur $0,027 \pm 0,003$ (PS)-Koinzidenzen pro Stunde, also ungefähr $\frac{1}{4}$ der (PE)-Anzahl, obwohl die Verschiedenheit der Flächen von E und S nur zu einem Verhältnis 1:1,6 Anlaß gäbe. Dies beweist wiederum, daß die große Mehrzahl der Schauerteilchen der weichen Komponente angehört, und kann gleichfalls zur Bestimmung von k benützt werden. Bevor wir dies zeigen, seien noch einige andere experimentelle Resultate zitiert.

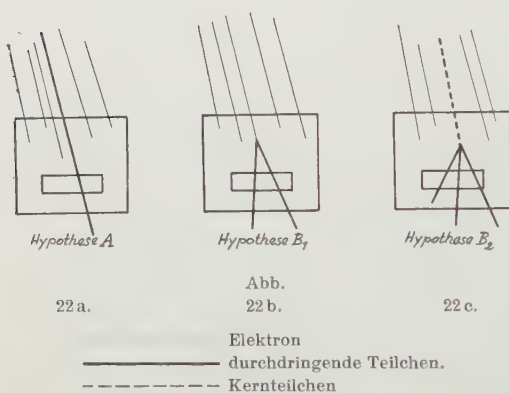
Erstens wurde gefunden, daß die Anzahl der Schauer nicht wesentlich verändert wird, wenn man die Entfernung zwischen P und der Extension von 0,5 zu 2,5 m vergrößert, daß sie aber bei einer weiteren Vergrößerung auf 9 m merklich abnimmt.

Weiters wurden für $r=9$ m Messungen sowohl mit einem 15-cm-Bleipanzer um S als auch mit 11 cm Blei + 15 cm Eisen — äquivalente Absorber für ein Z^2 -Gesetz — ausgeführt. Mit $T=0$ erhält man für die Anzahl der Koinzidenzen (PS) pro Stunde im ersten Falle $0,013 \pm 0,004$, im zweiten Falle $0,016 \pm 0,003$, also keinen Unterschied von Bedeutung. Wenn die Teilchen in den Absorbern gebildet werden, müßte demnach der Wirkungsquerschnitt für ihre Erzeugung in Blei im Verhältnis Z^2 größer sein als in Eisen. Dieser Befund führt uns also zurück auf die Frage des Verhältnisses zwischen durchdringenden und weichen Teilchen und somit der Bestimmung und Interpretation der Konstanten k .

Nun kann man dieses k grundsätzlich in verschiedener Weise interpretieren. Die durchdringenden Teilchen müssen entweder mit der weichen Schauerkomponente aus der Atmosphäre

einfallen, in welchem Falle k das Verhältnis der Anzahl von harten und weichen Teilchen in der Atmosphäre ist und wir annehmen müssen, daß dieses Verhältnis überall in dem Schauer konstant ist. Oder aber die durchdringenden Teilchen werden durch einfallende Primärteilchen im Absorber erzeugt, in welchem Falle k die Wahrscheinlichkeit für diesen Prozeß bedeutet. Hier müssen wir eigentlich zwei Möglichkeiten unterscheiden: Erzeugung durch einfallende Kernteilchen oder durch die weiche Schauerkomponente selbst. Die erste Möglichkeit entspräche einem Erzeugungsprozeß der gleichen Art, wie wir sie für die lokalen Schauer kennen, und k läßt sich sofort als das Verhältnis von Kernteilchen zu Elektronen in Schauern interpretieren (genauer gesagt als Maximalwert dieses Bruchteils, da multiple Erzeugung von durchdringenden Teilchen zu einer etwas

größeren Wahrscheinlichkeit für den Nachweis dieser Partikeln führen könnte, als es der Anzahl der Primärteilchen entspricht). — Falls die durchdringenden Teilchen als sekundär zu den weichen Schauerteilchen aufgefaßt werden, ist k das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit ihrer Produktion zu der der weichen Teilchen.



Diese drei Prozesse wollen wir im folgenden, wie *Broadbent* und *Jánossy*, als „Hypothese A“ (einfallende durchdringende Teilchen), „Hypothese B₁“ (durchdringende Teilchen sekundär zur weichen Komponente) und „Hypothese B₂“ (durchdringende Teilchen sekundär zu Kernteilchen im Schauer) bezeichnen. Die Prozesse sind in Abb. 22a, b und c schematisch dargestellt.

Für weitere Schlüsse brauchen wir jetzt eine Diskussion des in (4, 9) gezogenen Schlusses über die Proportionalität von $w_P(x)$ und x , der im übrigen gemäß den Nebelkammeraufnahmen von *Miś Choudhuri* noch für Dichten von weniger als 10 Teilchen pro cm^2 gilt; einen noch weiteren Gültigkeitsbereich deutet die beobachtete starke Zunahme der Koinzidenzen ($P, E + E'$) gegenüber (PE) an, mit ihrer Vergrößerung der Fläche von 0,25 zu 0,35 m^2 . Im allgemeinen wird daher auf P (Fläche 0,1 m^2) in solchen Schauern nicht mehr als ein Teilchen auffallen. — Übrigens zeigt schon (4, 10), daß die Mehrzahl der Koinzidenzen (PE) durch die häufigeren Schauer geringerer Teilchenzahl hervorgerufen werden.

$w_P(x)$ könnte demnach als die Wahrscheinlichkeit für den Einfall *eines* Teilchens gelten, oder für den Einfall *zweier* oder *mehrerer* Partikeln. Es läßt sich jedoch zeigen, daß tatsächlich *ein* Teilchen hinreichend ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwei oder mehr Teilchen die Fläche F durchsetzen, ist

$$w_2(x) = 1 - (1 + F \cdot kx) \cdot e^{-Fkx} \approx \frac{1}{2} (Fkx)^2, \quad (4, 12)$$

wenn wir wieder für die Dichte der durchdringenden Teilchen kx schreiben. Nun gibt aber (4, 12), zusammen mit (4, 8), einen Ausdruck für die Zahl der Koinzidenzen (PE)

$$(PE) \propto \left(1 - \frac{3}{8} (kF'E)^{\frac{1}{2}} + \dots\right), \quad (4, 12a)$$

der in Widerspruch zu dem experimentellen Befund steht. *Man darf also annehmen, daß bereits ein einzelnes, aus der Luft einfallendes Teilchen hinreicht, um P auszulösen.*

Es sei hier nur erwähnt, daß auch andere Einwände, wie die Ersetzung der Annahme $k = \text{const.}$ durch einen anderen Zusammenhang für das Verhältnis der Dichten von durchdringenden und weichen Teilchen, nicht aufrechterhalten werden können.

Für ein einzelnes einfallendes Teilchen ist die exakte Form von $w_P(x)$, welche der drei erwähnten Hypothesen man auch zugrunde lege, durch

$$w_P(x) = \beta (1 - e^{-Fkx}) \quad (4, 13)$$

gegeben, wobei β ein von der Geometrie von P abhängiger Faktor ist. Die Wahrscheinlichkeit ist also proportional zu x , solange x klein gegen $1/kF \approx 1000$ Teilchen pro m^2 ist, und zeigt einen Sättigungseffekt für noch größere Dichten.

Mit diesen Grundlagen kann man nun aus dem beobachteten Verhältnis der Häufigkeiten von (PE) und (PS) den Wert von k ermitteln. Beachtet man nämlich, daß zur Auslösung von P ohne Absorber T oberhalb der Anordnung die Anwesenheit von zumindest drei weichen Teilchen erforderlich ist, wenn das schauererzeugende Primärteilchen nicht-ionisierend ist, und von zumindest zwei weichen Teilchen für ionisierende Primärteilchen, so kann man für die Wahrscheinlichkeit von (PE) leicht die folgenden Ausdrücke herleiten:

$$(PE)_{T=0} = \beta \gamma B \int_0^x (1 - e^{-fx})^3 \cdot (1 - e^{-Ex}) \cdot (1 - e^{-Fkx}) \cdot dx / x^{\gamma+1} \quad (4, 14)$$

($f = F/3$ ist die Fläche jeder der drei Untergruppen von A ; die drei Ausdrücke in den Klammern stellen im wesentlichen die Wahrscheinlichkeiten für die Auslösung der Untergruppen von A , der Extension und der Gesamtgruppe P vor). — (4, 14) gilt

für nicht-ionisierende Erzeuger der durchdringenden Teilchen;
für ionisierende Primärteilchen erhält man analog (mit $k \ll 1$)

(4, 14a)

$$(PE)_{T=0} = \beta \gamma B \int_0^{\infty} \{ (1 - e^{-fx})^3 - (e^{-kfx} - e^{-fx})^3 \} (1 - e^{-Ex}) dx / x^{\gamma+1},$$

was man in guter Annäherung durch

(4, 14b)

$$(PE)_{T=0} = \beta \gamma B \int_0^{\infty} (1 - e^{-Fkx}) (1 - e^{-Ex}) (1 - e^{-fx})^2 \cdot dx / x^{\gamma+1}$$

ersetzen kann. Ganz ähnlich leitet man für die Wahrscheinlichkeiten von (PS) die Darstellungen

$$(PS)_{T=0} = \beta \gamma B \int_0^{\infty} (1 - e^{-Fkx})^2 (1 - e^{-fx})^3 \cdot dx / x^{\gamma+1} \quad (4, 15)$$

im Falle nicht-ionisierender Primärteilchen und

$$(PS)_{T=0} = \beta \gamma B \int_0^{\infty} (1 - e^{-Fkx})^2 (1 - e^{-fx})^2 \cdot dx / x^{\gamma+1} \quad (4, 15a)$$

im Falle ionisierender Primärteilchen ab (für die einfache Gruppe S kann $\beta = 1$ gesetzt werden; ferner sind die Flächen von P und S beide gleich F).

Man kann nun leicht die Integrale in (4, 14) und (4, 15) in Potenzreihen von k entwickeln und somit das Verhältnis $(PE)/(PS)$ als Funktion von k darstellen. Es zeigt sich dabei, daß der Unterschied zwischen den Kurven für ionisierende und nicht-ionisierende Primärteilchen nicht sehr beträchtlich ist. Setzt man für γ den oben hergeleiteten Wert, 1,5, ein, so erhält man Übereinstimmung mit dem experimentellen Wert für das Verhältnis $(PE)/(PS) = 4,2 \pm 0,4$ mit

$$1/k = \begin{cases} 62 \pm 15 & \text{(nicht-ionisierende Primärteilchen)} \\ 44 \pm 10 & \text{(ionisierende Primärteilchen)} \end{cases} \quad (4, 16)$$

In Wirklichkeit werden die Schauer beide Arten von Primärteilchen in ungefähr gleicher Anzahl enthalten; der Wert von $1/k$ müßte demnach zwischen den beiden Schranken in (4, 16) liegen, und $1/k = 50$ — in guter Übereinstimmung mit *Cocconi* — ist sicher eine befriedigende Lösung.

Auf eine ganz ähnliche Weise kann man schließlich durch Vergleich der experimentellen Häufigkeiten der Koinzidenzen $(PS_1 S_2)$ mit zwei durchdringenden Teilchen in S zu den einfachen Koinzidenzen (PS) eine weitere Stütze für das Argument herleiten, daß $(PS_1 S_2)$ nicht durch zwei unabhängig einfallende durchdringende Teilchen, sondern durch genetisch verbundene

Gruppen von Teilchen ausgelöst werden. Während das Häufigkeitsverhältnis (PS) $(PS_1 S_2) = 2,3 \cdot 0,34$ beobachtet wurde, ergibt die Rechnung für unabhängig einfallende Teilchen $(PS)/(PS_1 S_2) = 3,9$: einen Wert, der bedeutend über dem experimentellen liegt, und der zudem durch die Unsicherheit in der Bestimmung von k nur unbedeutend beeinflusst wird. Zumindest der Großteil der Koinzidenzen $(PS_1 S_2)$ kann daher nicht auf zwei unabhängig einfallende Teilchen zurückgeführt werden.

Soweit das Material, aus dem auf die Natur der durchdringenden Teilchen geschlossen werden soll. Die Frage, die *Broadbent* und *Jánossy* zunächst stellen, ist: Können diese Partikel die gewöhnlichen μ -Mesonen, gleich den durchdringenden Einzelteilchen, sein? Zu ihrer Beantwortung müssen die drei Hypothesen A, B_1 und B_2 getrennt untersucht werden.

Zu Hypothese A: Wie bereits ausgeführt wurde, könnte ein einzelnes einfallendes Meson die Anordnung P nur mittels eines dreifachen „knock-on“-Prozesses auslösen. Für die Wahrscheinlichkeit eines solchen Prozesses findet man $\sim 5 \cdot 10^{-6}$ pro Meson; sie ist viel zu gering, um die Gesamtzahl der beobachteten Schauer zu erklären. (Tatsächlich finden die Autoren in ihren Kontrollversuchen, daß zwischen 1 und 2% ihrer Pulse durch 3fache „knock-on“-Prozesse hervorgerufen wurden: in guter Übereinstimmung mit der Rechnung.) — Hypothese A könnte also nur aufrechterhalten werden, wenn man annimmt, daß die durchdringenden Teilchen nicht μ -Mesonen, sondern neuartige Partikeln sind. — Wir erwähnen, daß für die schwereren π - und τ -Mesonen die Wahrscheinlichkeit für einen 3fachen „knock-on“-Prozeß noch kleiner ist.

Zu Hypothese B_1 : Wenn die durchdringenden Teilchen von Elektronen oder Photonen erzeugt werden, muß mindestens ein Bruchteil k ($\approx \frac{1}{50}$) aller „weichen“ Teilchen Mesonen auslösen, bevor diese weichen Teilchen durch andere Prozesse absorbiert wurden. In Wirklichkeit müßte man diesen Bruchteil noch höher ansetzen, denn da die Zählrohre durch 15 cm und mehr Blei abgeschirmt sind und die — im Absorber produzierten — Mesonen daher eine Reichweite von mindestens 15 cm Blei haben müssen, ist zu ihrer Erzeugung eine Primärenergie von $\geq 5 \cdot 10^8$ eV erforderlich. Bei weitem nicht alle Elektronen der Schauer haben so große Energien; für die hinreichend schnellen Elektronen oder energiereichen Photonen müßte demnach die Wahrscheinlichkeit der Mesonenproduktion beträchtlich größer als 2% sein. — Gegen eine derartige Annahme spricht nun vor allem das Fehlen jeglicher Beobachtungen der umgekehrten Wechselwirkung, die man in diesem Falle natürlich aus allgemeinen Grundsätzen ebenso erwarten müßte. Man hat keinerlei Anzeichen für eine so auffällige Erzeugung von Sekundärelek-

tronen oder -photonen bei so langsamen Mesonen gefunden; im Gegenteil, man weiß sicher, daß sie nicht existiert. Auch Hypothese B_1 kann also nicht aufrechterhalten werden, solange man die durchdringenden Teilchen als μ -Mesonen interpretiert.

Es sei hier nur erwähnt, daß auch die Deutung als longitudinale Mesonen im Sinne der Theorie von *Hamilton* und *Peng* [H 3] versagt. Sie liefert eine falsche Z -Abhängigkeit.

Zu Hypothese B_2 : Wir wissen zwar, daß einfallende Kernteilchen in Absorbern Gruppen von Mesonen auszulösen vermögen. Zwei gewichtige experimentelle Gründe sprechen jedoch gegen Hypothese B_2 :

Erstens sollten die ausgedehnten Schauer in diesem Falle einen merklichen Übergangseffekt in Paraffin zeigen, der im Experiment nicht gefunden wurde¹⁾. Aus den älteren Messungen wissen wir, daß die verwendeten 28 cm Paraffin etwa dem 0,4fachen der mittleren Weglänge schneller Kernteilchen in Paraffin entsprechen. Man berechnet daraus für die Größenordnung des erwarteten Übergangseffektes

$$(P, E)_{28 \text{ cm Par.}} - (P, E)_{T=0} = +0,052 \text{ Koinz./Stunde,}$$

während *Broadbent* und *Jánossy* ($-0,006 \pm 0,017$) Koinz./Stunde fanden.

Zweitens müßten die Kernteilchen auch in Luft Gruppen von Mesonen erzeugen, deren Reichweiten größer als die der Primärpartikeln wären. Man sollte demgemäß in jedem beliebigen Querschnitt des Schauers mehr Mesonen als Kernteilchen vorfinden, und da sich diese Mesonengruppen ausbreiten werden, müßte man auch in jeder auffangenden Fläche mit größerer Wahrscheinlichkeit einzelne Mesonen als einzelne Kernteilchen antreffen. Dies kann, wie bereits gezeigt wurde, nicht mit dem Befund von *Broadbent* und *Jánossy* in Einklang gebracht werden, und auch Hypothese B_2 muß daher verlassen werden.

Zusammenfassend ziehen daher die Autoren aus ihrem Material den Schluß, daß man auf keinen Fall ohne die Postulierung neuartiger Teilchen auskommen kann. Hypothese B_2 schließen sie vollkommen aus; Hypothese A würde hinreichen, wenn man Teilchen „erfindet“, die in beträchtlich größerem Ausmaß Sekundärteilchen erzeugen, als es die gewöhnlichen μ -Mesonen tun. Hypothese B_1 macht die durchdringenden Partikeln zu Sekundärteilchen der weichen Komponente, besonders bei Einfall auf die lokalen Absorber. Der Wirkungsquerschnitt für ihre Erzeugung müßte einige Prozent des Wirkungsquerschnittes für Paarerzeugung oder Bremsstrahlung sein, die Masse

¹⁾ In neueren Messungen auf dem Jungfrauoch hat *E. P. George* mit der gleichen Apparatur wie *Broadbent* und *Jánossy* einen schwachen Übergangseffekt in Paraffin gefunden (nach einer gefälligen mündlichen Mitteilung von Dr. *George*).

der durchdringenden Teilchen daher — da diese Querschnitte mit dem Quadrat der Massenverhältnisse variieren — ungefähr 5—10 Elektronenmassen.

In einer späteren Diskussion der Versuchsergebnisse anlässlich der Krakauer Konferenz über Höhenstrahlen hat *Jánossy* [J 10] der letzteren Deutung den Vorzug gegeben und die Existenz eines neuen Elementarteilchens postuliert, das er als „schweres Elektron“ bezeichnet.

Wir werden im letzten Abschnitt noch einmal auf die Deutung dieser Versuche zurückkommen und Material ausarbeiten, von dem wir glauben, daß es *Jánossys* Interpretation widerlegt. Bevor wir dazu übergehen, sollen jedoch noch experimentelle Ergebnisse einiger anderer Autoren geschildert werden. Es wird jedoch lohnen, hier einen Augenblick anzuhalten, um aus dem so reichhaltigen Versuchsmaterial von *Broadbent* und *Jánossy* noch einmal die grundlegenden Daten ins Gedächtnis zurückzurufen und sie von spekulativen Folgerungen zu scheiden.

Erstens wurde festgestellt, das sich lokale und ausgedehnte durchdringende Schauer durch den Übergangseffekt im Blei empirisch unterscheiden lassen, der nur bei ausgedehnten Schauern gefunden wird. — Daraus folgt nicht notwendigerweise ein grundsätzlicher Unterschied in den Prozessen, in denen die durchdringenden Teilchen der beiden Schauerarten erzeugt werden. Das wäre nur so, wenn in einem derartigen Prozeß nur Teilchen einheitlicher Natur entstünden: eine Annahme, die wir nach unseren neueren Erfahrungen als höchst unwahrscheinlich bezeichnen möchten. Wenn z. B. in derartigen Kernzusammenstößen durchdringende Teilchen verschiedener Art erzeugt würden, Protonen und Mesonen der μ -, π - und τ -Gattung, und wenn *eine* dieser Teilchenarten einen Übergangseffekt in Blei hervorrufe, so würde man in lokalen Schauern nichts davon bemerken, weil die lokal erzeugte Gruppe stets genügend Teilchen enthielte, um mit überwiegender Wahrscheinlichkeit beide Gruppen der untersten Zählrohre auszulösen, und nur in dem unwahrscheinlichen Fall, daß dies zufällig nicht geschähe, würde sich der Übergangseffekt der einen Teilchensorte bemerkbar machen. — Wir werden später sehen, daß diese eigenartigen Teilchen z. B. „leichte Mesonen“ sein könnten; und wir werden zeigen, wie diese die Anordnung *P* auslösen würden. Ausgedehnte durchdringende Schauer würden in diesem Falle in der Anordnung von *Broadbent* und *Jánossy* dann und nur dann registriert, wenn solche „leichte Mesonen“, die zugleich mit anderen durchdringenden Teilchen irgendwo in großem Abstand von *P* erzeugt wurden, *P* durchsetzen. Andere, in gleichartigen Prozessen erzeugte durchdringende Teilchen würden keine 7fachen Koinzidenzen auslösen; die Anordnung sucht sich also die stärker „multiplizierenden“ und

dementsprechend auch einen Übergangseffekt aufweisenden Teilchen aus der Vielfalt der durchdringenden Partikeln heraus.

Zweitens halten wir als experimentellen Befund fest, daß die 7fachen Koinzidenzen in P durch ein einzelnes einfallendes Teilchen hervorgerufen wurden. Daraus muß mit Notwendigkeit geschlossen werden, daß diese durchdringenden Teilchen mehr Sekundärteilchen auslösen, als wir es für μ -Mesonen erwarten dürften, für die in dem betrachteten Energiebereich einzig „knock-on“-Elektronen als Sekundärteilchen in Frage kommen. Es folgt aber unseres Erachtens *nicht* notwendigerweise, daß man die Existenz neuer Teilchen postulieren muß: als Alternative bleibt z. B. die Betrachtung andersartiger Prozesse der bekannten Teilchen.

Wir wollen einem dieser möglichen Prozesse noch etwas mehr Beachtung schenken, den wir im folgenden kurz als „Hypothese C“ bezeichnen werden. Während bisher stillschweigend angenommen wurde, daß die Sekundärteilchen der durchdringenden Partikeln Elektronen sein müssen, wollen wir nun einen anderen Standpunkt einnehmen: wir wollen von „Sekundärprotonen“ oder „knock-on-Protonen“ sprechen. In den bisherigen Diskussionen wurde nämlich stets vorausgesetzt, daß alle Zusammenstöße einfallender Kernteilchen mit den Kernen des Absorbermaterials „katastrophal“ sind, d. h. daß das einfallende Teilchen seine gesamte Energie in dem Zusammenstoß verliert. (Jánossy berücksichtigt die andere Möglichkeit in seiner Berechnung des Barometer-effektes — aber nur dort.) Es ist aber durchaus

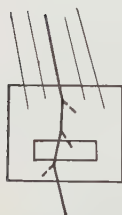


Abb. 23.

Hypothese C.

möglich, daß auch andere Zusammenstöße vorkommen, in denen das einfallende Kernteilchen nur einen geringen Bruchteil seiner Energie an eine einzelne Partikel oder sehr wenige Partikeln des gestoßenen Kernes übermittelt und seine Bahn nahezu ungestört fortsetzt: ein Prozeß, der der Auslösung von „knock-on“-Elektronen recht ähnlich ist und den wir deshalb als Auslösung von „knock-on-Protonen“ beschreiben wollen. Er ist schematisch in Abb. 23 dargestellt.

Es erscheint verständlich, für derartige Prozesse eine mittlere Weglänge R zwischen zwei Zusammenstößen von der gleichen Größenordnung wie oben, etwa 5 cm Blei, anzunehmen. Die Energien der „knock-on-Protonen“ sollten von der Größenordnung einiger 10^8 eV, ihre Reichweiten r daher von der Größenordnung 1 cm sein. Die Wahrscheinlichkeit, an irgendeiner Stelle ein derartiges „sekundäres“ Proton vorzufinden, ist daher ungefähr $r/R \leq 1/5$; die Wahrscheinlichkeit für einen 3fachen „knock-on“-Prozeß, der zur Auslösung von P führt, von der Größenordnung $(r/R)^3 \leq 10^{-2}$. Wenn daher nur ein Bruchteil von der

Ordnung 10^0 aller durchdringenden Einzelteilchen genügend starke Wechselwirkung mit Kernteilchen ausübt, um einen Wirkungsquerschnitt für die Aussendung von „knock-on-Protonen“ von der Größenordnung des geometrischen Querschnitts zu haben, könnten alle ausgedehnten durchdringenden Schauer, die in P nachgewiesen werden, durch „Hypothese C“ erklärt werden.

Ein Übergangseffekt in Blei könnte auf Grund dieser Hypothese z. B. durch verschiedene Energien der „knock-on-Protonen“ in verschiedenen Materialien erklärt werden — sofern nicht die Elektronenkomponente der ausgedehnten Schauer allein dafür verantwortlich ist. Es ist zu beachten, daß in dem erwarteten Energiebereich von einigen 10^8 eV relativ geringe Änderungen der Energie zu bedeutenden Änderungen der Reichweite r führen.

Man könnte diese Argumente mehr ins einzelne ausführen, und man könnte auch weitere Hypothesen aufstellen, die ebenfalls den experimentellen Befund darzustellen vermögen (z. B. unter Postulierung geeigneter Zerfallschemen der Elementarpartikeln); wir halten jedoch derartige Versuche für verfrühte Spekulationen. Im letzten Abschnitt wird dagegen etwas mehr zu „Hypothese C“ zu sagen sein.

§ 5. Die Experimente von Auger und seiner Gruppe, und von Alichanow, Alichanian und Mitarbeitern.

Ungefähr zur gleichen Zeit wie *Jánossy* hat *Auger* [A 6, A 7] in Zusammenfassung seiner langjährigen Studien an ausgedehnten Luftschauern den Schluß gezogen, daß eine Komponente dieser Schauer, deren Beitrag er auf $1/4$ aller Schauerteilchen schätzt, aus neuartigen leichten Teilchen von 3—10 Elektronenmassen bestehen muß, für die er die Bezeichnung „ γ -Mesonen“ einführt. Wir wiederholen im folgenden seine Argumente.

In Fortsetzung der schon in § 1 geschilderten Versuche haben *Auger*, *Maze*, *Ehrenfest* und *Fréon* [A 8] und *Auger* und *Daudin* [A 9] die Absorptionskurven der Luftschauer studiert. In den meisten dieser Versuche wurden zwei Zählrohre in Abständen zwischen 3 und 13 m mit Bleiabsorbern bis zu 20 cm Dicke bedeckt. Die Absorptionskurve für die ersten Zentimeter entspricht der bekannten schnellen Abnahme der weichen Komponente, die durch einen Absorptionskoeffizienten $\mu_w = 0,07 \text{ gr}^{-1} \text{ cm}^2$ beschrieben werden kann. Nach den ersten 5 cm ändert sich die Neigung der Kurve und folgt ungefähr einem Exponentialgesetz mit $\mu_m = 0,007 \text{ gr}^{-1} \text{ cm}^2$ — ein Wert, der noch beträchtlich über dem für die harte Mesonenkomponente gemessenen $\mu_h = 0,001 \text{ gr}^{-1} \text{ cm}^2$ liegt.

Der Wert μ_m wurde auch durch das Studium des Barometereffektes bestätigt, für den *Auger* und *Daudin* mit ungeschirmten, um 3 m getrennten Zählrohren eine Zunahme der Schauerzahl um $(9 \pm 1)\%$ für eine Abnahme des Luftdrucks um 1 cm Hg finden. In Massenabsorption ausgedrückt entspricht dies einem $\mu = 0,0068 \pm 0,0007 \text{ gr}^{-1} \text{ cm}^2$. — Für Zählrohre in 13 m Entfernung wurde ein Barometereffekt von $(23 \pm 5)\%$ gemessen, woraus auf eine prinzipielle Verschiedenheit der „lokalen“ 3-m-Schauer und der „ausgedehnten“ 13-m-Schauer geschlossen wurde. Die ersteren sollen von Zerfallselektronen und „knock-on“-Teilchen stammen, die von schnellen Mesonen ausgelöst wurden, und müssen daher die direktere Verbindung mit der Mesonenkomponente haben. — Eine Wiederholung der

Messung in 2900 m Höhe ergab im wesentlichen das gleiche Resultat.

In einer folgenden Arbeit studieren *Auger* und *Daudin* [A 10] die Multiplikation der durchdringenden Schauerteilchen. Die experimentelle Anordnung ist in Abb. 24 dargestellt, A, B, C, D und E sind Zählrohre, in zwei Ebenen angeordnet. Gemessen wurden

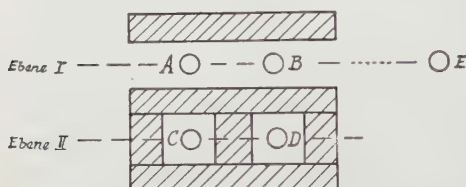


Abb. 24. Die Versuchsanordnung von *Auger* und *Daudin* [A 10].

- doppelte Koinzidenzen in Ebene I als Funktion der Entfernung AB, variiert zwischen einigen Zentimetern und 5 m;
- „lokale Schauer“ (ABC) als Funktion der Absorberdicke;
- „ausgedehnte Schauer“ (ABCE) als Funktion der Absorberdicke;
- das Verhältnis $(ACD)/(ACDE)$ zwischen den im Bleiabsorber erzeugten Schauern und den ausgedehnten Luftschauern;
- das Verhältnis $(ABCD)/(ACD)$ für verschiedene Abstände AB und verschiedene Absorberdicken.

Die Ergebnisse sind:

1. Die lokalen Luftschauer (ABC) werden in den ersten 5 cm Blei wesentlich stärker absorbiert als — im Durchschnitt — Einzelteilchen. Sie enthalten also mehr Elektronen, und insbesondere langsame Elektronen, als es dem Durchschnitt der Einzelteilchen entspricht.

2. Die Absorption der ausgedehnten Schauer (ABCE) folgt in den ersten 5 cm der der Einzelteilchen. Zwischen 5 und 10 cm, und noch ausgeprägter zwischen 10 und 20 cm, werden

sie wesentlich stärker als die Einzelteilchen und die lokalen Schauer absorbiert. Während also diese Schauer anscheinend einen geringeren Bruchteil an durchdringenden Teilchen enthalten als die lokalen Luftschauer, glauben die Autoren, ihnen eine Komponente mit mittlerer Durchdringungsfähigkeit zuschreiben zu müssen.

3. Aus dem gemessenen Verhältnis $(ACD)/(ACDE)$ wird geschlossen, daß die schauererzeugenden Teilchen in etwa 20% aller Fälle gemeinsam mit ausgedehnten Luftschauern auftreten, wenn ein Absorber von 5 cm verwendet wird, und mit wesentlich geringerer Häufigkeit, wenn die Absorberdicke auf 15 cm gesteigert wird. Dies erlaubt eine Abschätzung der Häufigkeit der durchdringenden, schauererzeugenden Teilchen.

4. Das Verhältnis $(ABCD)/(ACD)$ als Funktion der Absorberdicke über Ebene I zeigt den bekannten Sättigungseffekt bei etwa 2 cm Blei. Ohne Absorber mißt man einen Wert 0,05, mit Absorber ungefähr 0,15. In 50% aller Fälle sind diese Schauer $(ABCD)$ von einem Impuls in E begleitet, sind also Teile eines ausgedehnten Schauers. — Für kleinen Abstand AB , wenn also eher die Multiplikation des durchdringenden Teilchens in Blei als seine Begleitung in Luft gemessen wird, findet man zwischen 5 und 15 cm Blei eine Abnahme des Verhältnisses $(ABCD)/(ACD)$ von 40% zu 17%. Die Multiplikation in Blei ist also beträchtlich, nimmt aber relativ schnell ab.

Wenn man die Trennwand zwischen C und D auf 2 mm Blei reduziert, kann man einen weiteren Schluß auf die Natur der durchdringenden Teilchen ziehen: Multiplikationsprozesse von Mesonen sind selten, während Elektronen längs ihres gesamten Weges Schauer erzeugen. Im ersten Falle wird man also eine geringe Veränderung des Verhältnisses $(ABCD)/(ABC)$ mit der Absorberdicke erwarten, im zweiten Falle eine beachtliche. Gefunden wurde: 0,40 für $l=0$ cm; 0,25 für $l=5$ cm; 0,10 für $l=15$ cm (l =Absorberdicke). Die Messungen unterstreichen in der Meinung der Autoren die Bedeutung einer Komponente, die nicht aus gewöhnlichen Mesonen besteht.

Daudin [D 1] hat ferner Nebelkammeraufnahmen von durchdringenden Schauern in 3500 m Höhe analysiert. Er beobachtet insbesondere die Multiplikation der Schauerteilchen in Bleiplatten in der Kammer unter Bleiabsorbern und stellt eine Statistik der Sekundärteilchen als Funktion der Teilchenzahl zusammen, von der er zeigt, daß sie nicht mit der großen Durchdringungsfähigkeit der Partikeln in den ausgedehnten Luftschauern in Einklang steht. — Leider verfügte er nicht über ein Magnetfeld, so daß seine Aufnahmen nicht mit der gewünschten Sicherheit analysiert werden konnten; man kann aus ihnen wohl eine Diskrepanz zwischen experimentellem

Material und theoretischen Forderungen aufzeigen, aber nicht mit Gewißheit auf die Ursache dieser Diskrepanz schließen.

Schließlich zitieren die französischen Forscher [A 6, A 7] Messungen, bei denen eine Gruppe von zwei Zählrohren (*A* und *B*) unter einem Bleipanzer von veränderlicher Dicke und zwei andere (*C* und *D*) ungeschirmt benützt wurden. Das Verhältnis (*ABCD*), (*ACD*) wird als ein Maß der Multiplikation der Schauer-
teilchen im Bleipanzer angesehen; man findet mit zunehmender Absorberdicke zunächst eine starke Zunahme dieses Verhältnisses — zwischen 0 und $\frac{1}{2}$ cm von 0,25 zu 0,60 — im Sinne des bekannten Rossi-Effekts, die dann von einer langsameren Abnahme gefolgt wird. Unter 15 cm Blei mißt man noch einen Wert von 0,40. Es wird nun geschlossen, daß Teilchen, die unter so dicken Panzern noch derart viele Sekundärteilchen auszulösen vermögen, ihrer Durchdringungsfähigkeit wegen keine Elektronen, ihrer Multiplikationsfähigkeit wegen keine μ -Mesonen oder schwereren Teilchen sein können.

In allen den genannten Versuchen stößt also *Auger* auf Teilchen, die in ihrer Durchdringungsfähigkeit den μ -Mesonen, in ihrer Multiplikationsfähigkeit den Elektronen nahekommen. Die französischen Autoren sahen sich daher gezwungen, auf das Vorhandensein neuartiger Teilchen mit einer Masse zwischen der des Elektrons und der des μ -Mesons zu schließen, und eine genauere Analyse zeigt, daß die Masse der Teilchen zwischen 3 und 10 m_e liegen muß, während ihre Häufigkeit in den Luftschauern mit 25% angesetzt wird. Dies soll sowohl für Meeresniveau als auch für 3500 m Höhe gelten. (Andererseits erwarten sie für diese „ λ -Mesonen“ eine kurze Lebensdauer, wonach man eher eine Zunahme der Häufigkeit mit der Höhe erwarten sollte.) — Die Verfasser glauben ferner, auch in einigen anderen Punkten, die die Ausdehnung der durchdringenden Luftschauer betreffen, durch die Einführung der neuen Komponente eine bessere Deutung des experimentellen Befundes zu gewinnen, als es die Kaskadentheorie erlaubte.

Obwohl nun zweifellos die λ -Mesonen-Hypothese eine *hinreichende* Erklärung dieser und der vorgenannten Versuchsergebnisse erlaubt, so ist doch damit noch nicht ihre *Notwendigkeit* bewiesen, und man sollte zumindest zögern, ehe man sich auf Grund dieses Materials zu einem so radikalen Schritt wie der Einführung einer neuen Elementarpartikel entschließt. Die Experimente der französischen Forscher enthalten keinerlei Hinweis auf die Natur der unerwarteten Multiplikationsprozesse der durchdringenden Teilchen, ihre Diskussion der Meßergebnisse enthält keinerlei Versuch, andere als Strahlungs- oder „knock-on“-Prozesse für die Erzeugung der Sekundärteilchen in Betracht zu ziehen. Es gilt hier in noch stärkerem Maße, was wir weiter oben bei der Betrachtung der Experimente von *Jánossy* und

Broadbent ausgeführt haben: das experimentelle Material beweist zwingend, daß sich diese durchdringenden Teilchen nicht in das hergebrachte Schema weiche Komponente — Elektronen, harte Komponente = μ -Mesonen eingliedern lassen, aber es läßt noch keinen zwingenden, eindeutigen Schluß auf die Natur der Teilchen zu.

Mehr um ein Beispiel für die Schwierigkeit einer eindeutigen Interpretation von Meßergebnissen auf diesem Gebiet zu geben, als um einen weiteren „Indizienbeweis“ für die Existenz der hypothetischen leichten Teilchen zu liefern, wollen wir nun einige Versuche an Einzelteilchen besprechen, die in den letzten Jahren von *Alichanow*, *Alichanian* und ihren Mitarbeitern, meist in 3500 m Höhe, durchgeführt worden sind. Bedauerlicherweise ist unsere Kenntnis ihrer Arbeiten recht lückenhaft; sie stützt sich nur auf geradezu sporadisch zugängliche Veröffentlichungen, die vielleicht nur Bruchstücke des Gesamtbildes vermitteln. Wir müssen also die Autoren für allfällige Mißverständnisse oder ungenaue Darstellungen um Entschuldigung bitten.

1. Im ersten Teil ihrer Versuche [A 11] studieren die russischen Forscher die Zusammensetzung der Höhenstrahlung in 3250 m und in 960 m Höhe mit einem Teleskop, bestehend aus drei Zählrohren in 8 cm Abstand über einem Bleiabsorber von 10 cm Dicke, und einer Gruppe von fünf parallelgeschalteten Zählrohren unter dem Absorber. Das Verhältnis der 4fachen Koinzidenzen ohne und mit Bleiabsorber stellt ein Maß für das Verhältnis der weichen zur harten Komponente dar. Sie finden

$$\text{in 960 m Höhe: } N_w/N_h = 0,36 \pm 0,02,$$

$$\text{in 3250 m Höhe: } N_w/N_h = 0,62 \pm 0,02$$

und praktisch die gleichen Werte für vertikale wie für um 45° geneigte Teleskope.

Diese Werte unterscheiden sich beträchtlich von den von *Greisen* [G 3] gefundenen. *Veksler* und seine Mitarbeiter [V 1, D 3] haben diesen Umstand einer eingehenden Studie unterzogen und glauben, daß die Messungen von *Alichanow* und *Alichanian* in diesem Punkt einen systematischen Fehler enthalten, da die Autoren die Streuung in den Zählrohrwänden nicht berücksichtigen. Da ein Großteil der folgenden Schlüsse jedoch auf Vergleichen von Messungen mit derselben Apparatur basiert ist, spielt dieser Fehler dann keine ausschlaggebende Rolle.

2. Die Messungen in 3250 m Höhe wurden sodann unter Wasser wiederholt, wobei die Tiefe bis über das Äquivalent der Luftstrecke zwischen den beiden Stationen (etwa 2 m Wasser) gesteigert wurde. Das Ergebnis ist

$$\text{in 3250 m Höhe, unter 2 m Wasser: } N_w/N_h = 0,1 \pm 0,025,$$

woraus geschlossen wird, daß die Differenz von 0,25 Elektronen pro Meson zwischen diesem Wert und dem in 960 m Höhe gefundenen auf Zerfallselektronen zurückzuführen ist.

Berechnet man daraus dann den Bruchteil der Zerfallselektronen in 3250 m Höhe, so findet man $0,36 \pm 0,045$ und für die gesamte weiche Komponente, einschließlich „knock-on“-Elektronen, $0,46 \pm 0,05$. Das ist wesentlich weniger als der gemessene Wert, 0,62; außer der Elektronenkomponente, die genetisch in irgendeiner Weise mit den Mesonen verknüpft ist, muß also — so schließen die Autoren — noch eine andere „weiche“, d. h. in 10 cm Blei absorbierte Komponente existieren, deren Gesamtbeitrag 15—20% der Anzahl der Mesonen ausmachen soll.

Es ist nicht ersichtlich, weshalb angenommen wurde, daß *alle* Elektronen „knock-on's“ oder Zerfallselektronen sein müssen. Man kann wohl weder die Existenz einer primären Elektronenkomponente noch die Möglichkeit anderer Prozesse als der genannten, die gleichfalls zur Emission von Elektronen führen, einfach ausschließen oder übersehen. Es scheint uns daher keineswegs notwendig, den gemessenen Unterschied (der sich übrigens auch aus den Messungen von *Greisen* und anderen in ähnlichen Höhen ergibt) auf eine Komponente neuartigen Charakters, die nicht aus Elektronen besteht, zurückzuführen.

3. Mit drei Zählrohren in Dreieckanordnung wird dann die Häufigkeit von Schauern in 3250 m und in 960 m Höhe gemessen, und es wird gefunden, daß sie im gleichen Maße abnimmt wie die Zerfalls- und „knock-on“-Elektronen — die „weiche Gleichgewichtskomponente“ in der Bezeichnung der russischen Forscher, im Gegensatz zu der vermuteten „Nicht-Gleichgewichtskomponente“ von 15—20%. Die neue Komponente ist demnach nicht fähig, Kaskadenschauer zu erzeugen. — Man ist geneigt, die Worte „in Luft“ hinzuzufügen.

4. Die Experimente wurden dann mit Messungen in Ionisationskammern fortgesetzt, deren Wandstärke in einer Versuchsreihe 1,5 mm Cu, in einer zweiten 0,15 mm Stahl + 5 mm Leichtmetall war. Die harte Komponente wurde durch einen Absorber von 6,7 cm Blei ausgesondert. Das Ergebnis war

$$\text{in 960 m Höhe: } I_w/I_h = 0,35 \pm 0,15,$$

$$\text{in 3250 m Höhe: } I_w/I_h = 1,15 \pm 0,05.$$

Absorptionsmessungen unter Wasser analog zu den unter 3. beschriebenen zeigen, in 3250 m Höhe, gleichfalls eine beträchtliche Diskrepanz zwischen Zählrohr- und Ionisationskammermessungen. Unter 1 m Wasser z. B. ist nach den Zählrohrexperimenten die Teilchenzahl auf ungefähr 30% gesunken, während die Ionisationskammer noch eine Gesamtionisation von

über 50% verzeichnet. Da beide verwendeten Kammern trotz ihrer Verschiedenheit in Wandstärke und -material praktisch identische Ergebnisse lieferten, kann angenommen werden, daß diese Diskrepanz nicht durch Prozesse in den Kammerwänden hervorgerufen worden war.

5. In einer Reihe von Messungen des Übergangseffektes Wasser—Blei und Luft—Blei wurde eine Eigentümlichkeit des Absorptionsprozesses beobachtet, der sich von dem für Elektronen und Photonen wesentlich unterscheidet. Die Absorption ist nicht massenproportional; sie ist stärker in Blei als in der gleichen Gewichtsmenge Wasser. Während aber z. B. in Luft sich die Ionisationsströme unter 1 cm und unter 4 cm Blei wie 1:2 verhalten, ändert sich dieses Verhältnis unter $1/2$ m Wasser zu 1:1,6 und unter 1 m Wasser zu 1:1,17.

Die Autoren schließen aus diesen Ergebnissen auf die Existenz einer „Dritten Komponente“ der Höhenstrahlung, die erstens die durchdringenden Teilchen an Ionisationsvermögen bedeutend übertreffen, und zweitens mit den beiden anderen Komponenten, Elektronen und Mesonen, in keinerlei genetischem Zusammenhang stehen. Wenn man aus dem ersten Teil der Messungen die Häufigkeit der Teilchen zu 0,2 per Meson berechnet, so folgt aus den Versuchen mit Ionisationskammern eine spezifische Ionisation von etwa dem 3,5fachen des Minimalwertes. — Versuchsweise wurde zunächst vorgeschlagen, daß es sich um Protonen mit einer Energie von ungefähr 150 MeV handeln könnte.

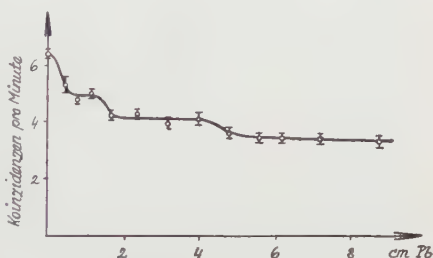


Abb 25. Absorptionskurve in 3250 m Höhe [A 12].

6. In späteren Versuchen [A 12] messen die russischen Forscher die Absorptionskurve der Teilchen zwischen 0 und 9 cm Blei mit einem Teleskop aus drei Zählrohren. Die gefundenen Anzahlen der Koinzidenzen pro Minute sind in Abb. 25 wiedergegeben: Man findet nach dem anfänglichen scharfen Abfall im ersten halben Zentimeter eine Art Plateau bis zu etwa 1,5 cm Blei, dann eine neuerliche schnellere Abnahme, gefolgt von einem zweiten Plateau, das sich bis zu etwa 4,5 cm erstreckt. Dann schließt sich die der harten Komponente entsprechende glatte Kurve an. — Wenn der Bleiabsorber durch ein leichteres Material, Glas, ersetzt wird, so ergibt sich eine ähnliche Kurve, deren Plateau jedoch bei ungefähr 13 gr/cm² endet (in Blei bei ~ 17 gr/cm²).

Es wird daraus geschlossen, daß im Bleiabsorber eine neue Gruppe von Partikeln ausgelöst wurde, deren Durchdringungsvermögen nur etwa 1,5 cm Blei beträgt. Ihre Ionisation, gemessen in Proportionalzählern, soll dem 4- bis 5fachen des Minimalwertes entsprechen. Sie werden daher versuchsweise als Protonen von 70 MeV Energie interpretiert.

Was die zweite Gruppe mit nahezu scharf definierter Reichweite betrifft, die offenbar mit der Dritten Komponente identisch ist, so bietet ihre Interpretation größere Schwierigkeiten, da diese Strahlung *nicht* im Bleiabsorber, sondern in der Luft über ihm ihren Ursprung hat. Offenbar müßte man daher eine sehr verwischte Absorptionskurve erwarten.

7. In Fortsetzung dieser Versuche [A 13] wurde zwischen das zweite und das dritte Zählrohr des Teleskops ein Magnetfeld von 3800 Gauß angelegt. Der Absorber befindet sich unmittelbar unter den Polschuhen des Magnets und über dem dritten Zählrohr. Das Feld lenkt alle durch die zwei oberen Zählrohre ausgeblendeten Elektronen mit Energien unter 120 MeV so weit ab, daß sie das untere Zählrohr nicht durchsetzen; nur der geringe Bruchteil der schnelleren Elektronen kann noch mitgezählt werden. Ebenso werden langsame μ -Mesonen mit Reichweiten unter 6 cm Blei aus dem Teleskop abgelenkt. Man sollte also, wenn die Dicke des Bleiabsorbers im Strahlengang zwischen 0 und 6 cm variiert wird, praktisch keine Änderung in der Zahl der Koinzidenzen finden. Tatsächlich hingegen findet man eine Kurve, die nach einem anfänglichen Plateau bis zu etwa 4 cm im nächsten Zentimeter beträchtlich abfällt und dann wieder ungefähr konstant bleibt. Der Unterschied in den Höhen der beiden „Plateaus“ beträgt etwa 20%. — Eine 6-cm-Bleiplatte über dem Teleskop erhöht die Zahl der Koinzidenzen ohne Absorber unter den Polschuhen um 10–15%; diese Zahl bleibt wieder konstant bis zu etwa 1,5 cm Absorberdicke und sinkt dann bis zum gleichen Wert, wie er ohne den „Dach“-Absorber beobachtet wurde. Der weitere Verlauf ist dem oben geschilderten analog; der Abfall bei ~ 4 cm erfolgt vielleicht etwas früher.

Die Autoren sehen darin eine Stütze ihrer Ansicht, daß das 1,5-cm-Plateau Protonen zuzuschreiben ist, und das 4-cm-Plateau der Dritten Komponente. Da nun die Teilchen der Dritten Komponente etwa dreimal stärker als die durchdringenden Teilchen ionisieren, und da sie im Magnetfeld nicht so stark wie Elektronen abgelenkt werden, wird schließlich gefolgert, daß es sich um eine neue Art von Elementarteilchen handeln muß, deren Masse größer als die der Mesonen sein muß und wahrscheinlich verschiedene Werte zwischen 200 und — zumindest — 2000 m_e haben kann [A 14]. Die russischen Forscher nennen diese neuen Partikeln „Varitronen“.

Es ist höchst bedauerlich, daß unsere mangelhafte Kenntnis der Experimente von *Alichanow* und *Alichanian* die gründliche Analyse unmöglich macht, die sie zweifellos verdienen. Wir haben oben einige Einwände angeführt, die gegen einen Teil der Schlüsse von *Alichanow* und *Alichanian* — soweit unsere Kenntnis ihrer Versuche geht — vorgebracht werden können. Ähnlich wie in der Besprechung der Versuche von *Jánossy* und von *Auger* kommen wir auch hier zum Schluß, daß das Versuchsmaterial die Existenz der Varitronen nicht eindeutig beweist. Rein als krasses Beispiel wollen wir nun zeigen, wie statt der vermuteten Existenz neuer *schwerer* Teilchen auch die Hypothese der *leichten* λ -Mesonen von *Auger* ausreicht, um den gesamten experimentellen Befund — wieder müssen wir sagen: soweit er uns bekannt ist — zu erklären.

Zu 1. und 2.: Diese Versuche beweisen nur die Existenz einer weichen Komponente, die nicht als Zerfalls- oder „knock-on“-Elektronen, sekundär zu den gewöhnlichen langlebigen p -Mesonen, besteht. λ -Mesonen sind zweifellos bedeutend kurzlebiger, zerfallen mit größerer Wahrscheinlichkeit in großen Höhen als p -Mesonen und tragen daher in 3250 m Höhe mehr zur weichen Komponente bei als in 960 m Höhe — wenn sie existieren. Auch ihre „knock-on“-Begleitung ist in größeren Höhen stärker als tiefer in der Atmosphäre und im übrigen stets größer als die der p -Mesonen. — Es sei nochmals betont, daß der Überschuß der weichen Komponente in großen Höhen auch auf andere Weise erklärt werden kann.

Zu 3.: Wie im nächsten Abschnitt genauer gezeigt werden wird, spielt die Kaskadenbildung in leichten Materialien für λ -Mesonen im plausiblen Energiebereich keine sehr wesentliche Rolle. Weder in Luft noch in Wasser werden sie also zur Ausbildung von ausgedehnten Kaskadenschauern maßgebend beitragen²⁾.

Zu 4.: Die gemessenen Werte von I_w/I_h stimmen recht gut mit den Ergebnissen für das Verhältnis der Teilchenzahlen N_w/N_h überein, die unter Berücksichtigung aller Fehlerquellen in ähnlichen Höhen beobachtet worden sind (*Greisen*, *Veksler* u. a.). Man wird also vermuten, daß hier ein direkter Vergleich mit den unkorrigierten Zählrohrwerten von 1. und 2. unzulässig ist und verlässliche Schlüsse nur aus Experimenten mit der gleichen Versuchsmethode gezogen werden können. Dann bleibt nur die Verschiedenheit der Absorptionskurven in Wasser nach den Messungen mit Zählrohren und Ionisationskammern als reell bestehen; sie könnte auf den Beitrag der schwachen Se-

²⁾ Die Geometrie der Anordnung in diesen Versuchen macht einen Nachweis so schütterer Kaskaden, wie sie von λ -Mesonen in leichten Materialien ausgebildet werden könnten, fast unmöglich.

kundärkaskade zurückzuführen sein, die λ -Mesonen in Wasser begleiten würde (vorausgesetzt, daß ihre Masse näher zu 3 als 10 m_e ist), und die in Ionisationsmessungen stark, in Zählrohrmessungen nur ganz unbedeutend ins Gewicht fiel.

Zu 5.: Stärkere Absorption in Blei als in Wasser weist auf Strahlungsverluste hin. Wenn die Teilchen leicht und energiereich genug sind, um auch in Wasser in geringem Maße Bremsstrahlung auszusenden — die Tabellen im nächsten Abschnitt werden wieder zeigen, daß dies möglich ist —, wird auch der zweite Teil der Messungen an Übergangseffekten verständlich.

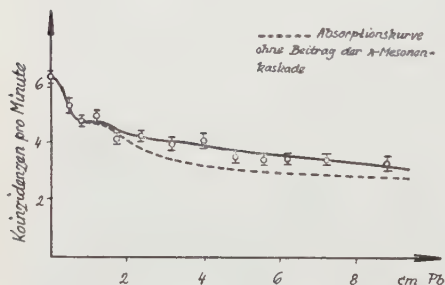


Abb. 26. Absorptionskurve in 3250 m Höhe, λ -Mesonen-Hypothese.

Zu 6.: Betrachten wir zunächst die Absorptionskurve von Abb. 25. Nicht nur der erste starke Abfall, sondern auch das erste „Plateau“ ist offenbar Elektronen und ihren in Blei ausgelösten Sekundärteilchen zuzuschreiben. Arley [A 1] hat gezeigt, wie in Teleskopversuchen die Sekundärkaskaden energiereicher Elektronen zu Absorptionskurven genau dieses Typs führen.

Eine λ -Mesonenkomponente erzeugt nun, wie man leicht einsieht, eine neue, langsamer anwachsende Kaskade im Blei. Wir werden später zeigen, daß die mittlere Anzahl der Begleit-elektronen besonders für leichte λ -Mesonen sehr beachtlich ist; das Teleskop wird also auch eine beträchtliche Anzahl solcher λ -Mesonen nachweisen, die gar nicht alle drei Zählrohre durchsetzen, und ein relativ geringer Prozentsatz solcher Teilchen — sicher weniger als 20% — könnte zur Bildung eines scheinbaren „Plateaus“ im Sinne der behandelten Absorptionskurve führen. Der Effekt wäre von der Geometrie der Anordnung abhängig. — Um eine ungefähre Abschätzung dieses Effektes zu geben, haben wir die Absorptionskurve in dieser neuen Interpretation nochmals reproduziert. Die Punkte in Abb. 26 stellen die Meßwerte von Alichanow und Alichanian, wie in Abb. 25, vor; die eingezeichnete Kurve ist nach Arleys Formeln unter der Annahme eines Wertes $N_w/N_h = 0,63$ berechnet worden, zu der in willkürlichem Maßstab, um die Absolutwerte in gute Übereinstimmung zu bringen, eine „ λ -Mesonenkaskade“ für $m_\lambda = 3m_e$ im Sinne der Ausführungen des folgenden Paragraphen (Abb. 31) addiert worden ist. Dies ist natürlich ein außerordentlich roher Vorgang, aber hinreichend in der gegenwärtigen Phase. — Die allgemeine Übereinstimmung der so

berechneten Absorptionskurve mit den Meßpunkten ist zufriedenstellend.

Der Unterschied zwischen der Absorption in Blei und in Glas erschiene dann in erster Linie als Unterschied in den kritischen Energien der λ -Mesonen in den beiden Materialien.

Zu 7.: Die Versuche im Magnetfeld lassen sich auf der gleichen Basis erklären. Das Feld wird den überwiegenden Teil der λ -Mesonen, deren Energien wir von der Größenordnung 10^9 eV erwarten müssen, durchlassen. Mit Ausscheidung der Elektronenkomponente fällt die erste Kaskade weg (besser gesagt, sie fällt teilweise weg, da die wenigen übrigbleibenden energiereichen Teilchen einen weit über ihre Häufigkeit ins Gewicht fallenden Beitrag vermitteln werden), die zweite, die „ λ -Mesonenkaskade“, gibt gemeinsam mit der langsamen Absorption der Primärteilchen das 4-cm-Plateau. Hinzufügen der oberen 6-cm-Bleiplatte setzt nur die Energie der λ -Mesonen etwas herab und schwächt somit die neu entstehende Kaskade im unteren Absorber, ändert aber ansonsten nichts. Die Erhöhung der Koinzidenzzahlen für sehr geringe Absorberdicken, bis zu 1,5 cm, ist auf die im oberen Absorber entstandenen Photonen zurückzuführen, die im unteren Absorber eine kleine Kaskade hervorrufen.

Der gesamte Befund kann also ebensogut durch die Postulierung der leichten λ -Mesonen wie durch die Postulierung der schweren Varitronen erklärt werden. Dies sollte genügen, um zu zeigen, auf wie wenig sicherem Terrain wir uns hier noch befinden und wie vorsichtig man daher mit seinen Schlußfolgerungen sein muß. Es sei nochmals nachdrücklich betont, daß wir diese beiden Erklärungsversuche hier nur ihrer augenfälligen Gegensätzlichkeit wegen angeführt haben, und nicht, weil wir sie, oder eine von ihnen, für überzeugend ansehen. Das bisher vorliegende Material ist ganz einfach für eine zwingende Interpretation unzureichend.

§ 6. Die Eigenschaften der hypothetischen leichten Teilchen. Vergleich mit den Nebelkammermessungen von Mitra und von Rochester und Butler.

In den nachstehenden Ausführungen wollen wir versuchen, einem Einwand zu entgegnen, der an dieser Stelle leicht gemacht werden könnte: „Wenn es schon schwierig ist, aus der Analyse von Zählrohrversuchen die Existenz neuer Teilchen zu beweisen — in Nebelkammerbildern müßte man doch zwischen Elektronen, λ -Mesonen und gewöhnlichen μ -Mesonen unterscheiden können?“

Leider ist das nicht so einfach. Man wird das leicht einsehen, wenn man sich überlegt, was man aus allgemeinen Grundsätzen über die Eigenschaften der hypothetischen Partikeln

mit 3—10 Elektronenmassen aussagen kann. Zunächst steht zweifellos fest, daß ihre Ladung die einfache Elementarladung ist; doppelte oder größere Ladungen wären in Nebelkammerbildern nicht zu übersehen. Man kann infolgedessen ihre Ionisation nach den gleichen Methoden berechnen, wie es für Elektronen und andere Elementarteilchen geschieht; wenn der Impuls der Teilchen von der Größenordnung $m_\lambda c$ oder kleiner ist, werden sie sehr stark ionisieren, die Ionisation wird mit zunehmendem Impuls durch ein Minimum gehen, das ungefähr bei $3m_\lambda c$ liegt, und dann wieder schwach zunehmen, jedoch nur so wenig, daß alle diese schnellen Teilchen als „schwach ionisierend“ klassifiziert, zwischen ihnen aber keine gesicherten Unterschiede festgestellt werden könnten. Stark ionisierende Spuren wird man also nur für Teilchen mit Impulsen um 10^7 eV c erwarten; wie wir sehen werden, sind solche Teilchen außerordentlich selten.

Neben Stoßionisation wird man Bremsstrahlungsprozesse erwarten können. Obwohl natürlich für ein Teilchen, über dessen Eigenschaften so wenig bekannt ist, keine genaue Theorie der Strahlungsverluste gegeben werden kann, können doch aus allgemeinen Prinzipien einige wesentliche Aussagen gemacht werden:

1. Man kann größenordnungsmäßig richtige Ergebnisse erwarten, wenn man die gleichen Gesetzmäßigkeiten anwendet, wie sie für Elektronen abgeleitet wurden, in diesen jedoch die Längeneinheiten („Kaskadeneinheiten“, „Strahlungslängen“ usw.) um einen Faktor $(m_\lambda/m_e)^2$ größer ansetzt.

2. Dementsprechend werden Strahlungsverluste für Energien über einer „kritischen Energie“ E_k vorherrschen, die nach der Annahme 1. berechnet werden kann, und Verluste durch Stoßionisation für Energien unter E_k .

3. Bei der Betrachtung von Multiplikationsprozessen sollte man aber nicht, wie es gewöhnlich für Elektronen geschieht, nur den Beitrag von Teilchen mit Energien von mehr als E_k berücksichtigen. Auch für geringere Energien finden noch Strahlungsverluste statt, und obwohl ihre Bedeutung für die gesamte Energiebilanz gering wird, kann die dadurch hervorgerufene sekundäre Elektronenkaskade, wenn man eine Näherung von der gleichen Güte wie in der Kaskadentheorie verlangt, doch noch nicht vernachlässigt werden, solange die Energie der hypothetischen Teilchen größer ist als die kritische Energie von Elektronen im gleichen Material, multipliziert mit dem Faktor $(m_\lambda/m_e)^2$, um den die Strahlungsverluste der Elektronen die der leichten Partikeln übertreffen. — Wir bezeichnen diese Energie als „Schauergrenze“ E_s .

In den nachstehenden Abschätzungen der Multiplikationsprozesse ist demgemäß angenommen worden, daß die Energie-

absorption in zwei unabhängigen Prozessen erfolgt, die Strahlung und Stoßionisation repräsentieren. Aus Bequemlichkeitsgründen messen wir hier Längen in *Arleys* „Schauereinheiten“ $l_0 = \log 2 \cdot t_0$ (t_0 = Kaskadeneinheit von (1, 2)), so daß das Absorptionsgesetz in der Form

$$-dE = \log 2 \cdot E \cdot dl + \varepsilon \cdot dl \quad (6, 1)$$

geschrieben werden kann. ε , der Ionisationsverlust pro Längeneinheit der Bahn, kann in dem allgemeinen im betrachteten Gebiet — meist 10^9 – 10^{10} eV — als konstant angesehen werden. Sein Wert ändert sich dagegen natürlich je nach der Masse der Partikeln, insbesondere infolge der verschiedenen Längeneinheiten. — In den folgenden Rechnungen sind die Energieverluste gemäß den Formeln von *Halpern* und *Hall* [H 4] verwendet worden.

Einige der wichtigsten Daten sind in Tab. 8 zusammengestellt: die kritischen Energien in Luft und Blei, die Schauergränze in Blei und die Schauereinheiten in Blei für Teilchen verschiedener Masse³⁾.

Tabelle 8.

(m/me) ²	E_k		E_s	l_0 (Blei)	
	Luft	Blei	(Blei)	cm	gr/cm ²
1	$1,03 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$	0,36	4,1
10	$1,08 \cdot 10^9$	$8,9 \cdot 10^7$	$8 \cdot 10^7$	3,6	41
50	$5,6 \cdot 10^9$	$4,7 \cdot 10^8$	$4 \cdot 10^8$	18,0	205
100	$1,19 \cdot 10^{10}$	$9,9 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^8$	36,0	410

Für die weitere Diskussion ist es nun von größter Bedeutung, über das Energiespektrum der Teilchen Bescheid zu wissen. Glücklicherweise sind in den letzten Monaten zwei Untersuchungen beendet worden, die darüber Auskunft geben⁴⁾.

S. K. Mitra [M 1] hat das Impulsspektrum ausgedehnter Luftschauer mit der Nebelkammer im großen *Blackettschen* Magneten gemessen. Das Spektrum der weichen Komponente kann nach seinen Messungen über ein weites Gebiet, von 10^7 bis einige 10^9 eV, befriedigend durch ein Potenzgesetz dargestellt werden. Daneben findet er etwa 1% durchdringender

³⁾ Unsere Werte stimmen nicht ganz mit den von *Auger* und seinen Mitarbeitern angegebenen überein. Wahrscheinlich beruht das auf dem Umstand, daß die französischen Forscher die Ionisationsverluste nach der *Blochschen* Formel berechnen, die für sehr hohe Energien größere Energieverluste als die hier verwendete Formel von *Halpern* und *Hall* erwarten läßt.

⁴⁾ Der Verfasser möchte auch an dieser Stelle den Herren *Dr. Mitra*, *Dr. Rochester* und *Dr. Butler* für ihre Bereitwilligkeit danken, die Ergebnisse ihrer Messungen vor ihrer Veröffentlichung zur Verfügung zu stellen.

Teilchen, deren Energien in allen Fällen von der Größenordnung 10^9 eV sind.

Die Versuche von *Rochester* und *Butler* [R 7] sind eine Fortsetzung der in § 3 geschilderten Messungen an durchdringenden Schauern mit einer Nebelkammer in starken Magnetfeldern. Wir greifen hier nur einige ihrer Ergebnisse heraus.

Das Bleidach über der Kammer war im allgemeinen etwa 10 cm dick. Wie in den älteren Versuchen [R 4] finden die Autoren wieder etwa 2% durchdringende Teilchen, deren Ladungsvorzeichen und Impulse jedoch in dem neuen Experiment gemessen werden konnten. Die erste verblüffende Feststellung ist nun, daß von 18 einwandfrei identifizierten durchdringenden Teilchen nur zwei negativ, alle anderen hingegen positiv geladen sind. Weiters zeigte sich, daß das Impulsspektrum, das in Tab. 9 wiedergegeben ist, nicht mit dem *Wilson*schen Spektrum durchdringender Einzelteilchen übereinstimmt, sondern eine deutliche Verschiebung zu geringeren Energien aufweist.

Tabelle 9*).

Impulsbereich ($\cdot 10^8$ eV/c)	Anzahl der durchdringenden Schauerteilchen	Anzahl durchdringender Einzelteilchen (<i>Wilson</i>)
1—5	0	1
6—10	8 ± 3	3
11—20	6 ± 2	4
21— ∞	2 ± 1	8

*) Zwei Spuren waren zu schwach, um genügend genaue Impulsmessungen zu gestatten. — Die Werte in der letzten Spalte sind die Zahlen, die gemäß dem Impulsspektrum von *Wilson*, gemessen an Einzelteilchen, zu erwarten wären.

Ein hoher Prozentsatz, etwa die Hälfte, aller durchdringenden Teilchen tritt wieder in Begleitung einer Elektronenkaskade mit großer Teilchenzahl auf. — Ein typisches Beispiel dieser Art ist in Abb. 27 wiedergegeben. Man erkennt mindestens drei durchdringende Teilchen in einem Schauer mit zahlreichen Elektronen.

Zwei weitere überraschende Eigenschaften der durchdringenden Teilchen wurden ferner als typisch erkannt: Erstens die Häufigkeit, mit der anomale Streuungen von 10 bis 20° in dem 3-cm-Bleiabsorber auftraten. *Rochester* und *Butler* finden in mindestens 20% ihrer Fälle derartige Prozesse. Zweitens ist diese Streuung in einigen Fällen mit der Emission einer oder einiger Sekundärpartikeln verbunden, wobei es sich wahrscheinlich um Protonen handelt. (Es ist natürlich möglich, daß

in allen Fällen Sekundärpartikeln ausgelöst wurden, daß aber einige davon nicht genügend energiereich waren, um den Bleiabsorber zu durchdringen.) — Abb. 28 zeigt einen Schauer

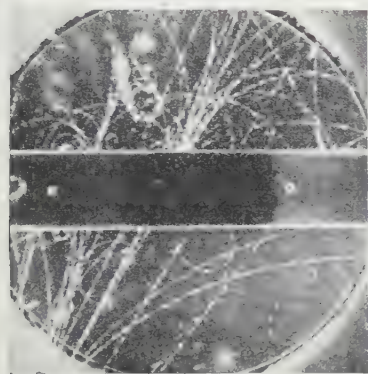


Abb. 27. Komplexer durchdringender Schauer [R 7].

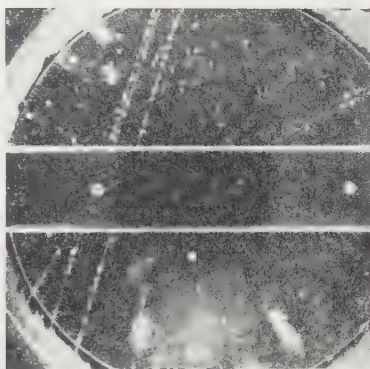


Abb. 28. Schauer mit vier durchdringenden Teilchen; eines in der Bleiplatte um $12,8^\circ$ gestreut [R 7].

von vier durchdringenden Teilchen, von denen das eine in der Bleiplatte um $12,8^\circ$ gestreut wird; Abb. 29 einen Schauer von drei durchdringenden Teilchen, von denen eines um 28° gestreut wird, ohne anscheinend ein Sekundärteilchen zu erzeugen, während ein zweites, um $12,0^\circ$ gestreut, mit einem Sekundärproton aus der Bleiplatte austritt.

Bevor wir auf eine Diskussion dieser letztgenannten Beobachtungen eingehen, wollen wir zeigen, daß schon aus diesem Material Argumente hergeleitet werden können, die Jánossys Hypothese eines „schweren Elektrons“ widerlegen. Sie folgen aus der Feststellung, daß die durchdringenden Teilchen in allen Fällen Energien von der Größenordnung 10^9 eV haben, während in keinem Experiment ein wesentlicher Bruchteil von langsameren durchdringenden Teilchen gefunden wurde. Wenn die „schweren Elektronen“ Sekundärteilchen der weichen Komponente sein sollen, so müßte man erwarten, daß in ihrem Spektrum, wie in dem der Elektronen,

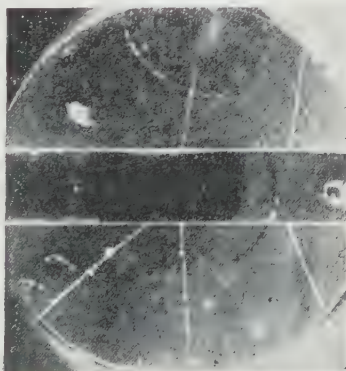


Abb. 29. Schauer mit drei durchdringenden Teilchen; eines um 28° gestreut, eines um $12,0^\circ$ mit Aussendung eines positiven Sekundärteilchens [R 7].

die kleinen Energien vorwiegen sollten — die nie beobachtet worden sind.

Man könnte nun als Ausweg vorschlagen, daß aus irgendwelchen unbekannten Gründen die Produktion der schweren Elektronen erst bei Energien von etwa $5 \cdot 10^8$ einsetzt. Die erzeugenden Photonen müßten dann eine Energie von $\sim 10^9$ eV besitzen, eine Energie, über die nur ein ganz geringer Bruchteil der weichen Komponente verfügt. Wenn der Wirkungsquerschnitt für die Paarerzeugung der schweren Elektronen, der ja im Verhältnis $(m/m_e)^2$ kleiner als der für die Paarerzeugung gewöhnlicher Elektronen sein soll, nicht diesem sehr nahekommt — in anderen Worten, wenn die Massen der beiden Elektronenarten nicht sehr verschieden sind —, könnte man auf keinen Fall 1—2% schwerer Elektronen von 10^9 eV Energie erwarten. Selbst bei großzügigster Auslegung schließt also dieses Argument die Interpretation der durchdringenden Schauerteilchen als Sekundärteilchen der weichen Komponente mit einer Masse von, vorsichtig gerechnet, mehr als $5 m_e$ absolut aus. Massen zwischen $3 m_e$ und $5 m_e$ wären vielleicht gerade noch möglich.

Gegen diese geringen Massenwerte spricht aber die Beobachtung, daß auch unter dicken Bleipanzern von 30 cm und mehr Blei noch ungefähr der gleiche Prozentsatz von durchdringenden Teilchen wie unter schwächeren Panzern, nämlich etwa 2%, gefunden wird und daß ihre Energie zumindest nicht um Größenordnungen kleiner ist. Wie Tab. 8 zeigt, sind für die leichten Teilchen in dem beobachteten Energiebereich Strahlungsverluste vorherrschend; wir können daher den Bruchteil der Teilchen, die den Absorber zu durchsetzen vermögen, nach der Formel von *Bethe* und *Heitler* berechnen. Diese Formel ergibt bekanntlich für die Wahrscheinlichkeit $w(E, e)$ dafür, daß ein mit einer Energie E auf einen Absorber von Dicke l , gemessen in Schauereinheiten, einfallendes Teilchen mit einer Energie zwischen e und $e + de$ austritt,

$$w(E, e) de = \frac{de}{E} \cdot \frac{(\log E/e)^{l-1}}{\Gamma(l)}. \quad (6, 2)$$

Danach erhalten wir für die Wahrscheinlichkeit $W(E, e_0)$ dafür, daß das Teilchen mit irgendeiner Energie zwischen e_0 und E durchdringt,

$$W(E, e_0) = \int_{e_0}^E w(E, e) \cdot de = \frac{\Gamma(l, \log E/e_0)}{\Gamma(l)}. \quad (6, 3)$$

Diese Formel können wir für ganzzahlige l in der Form schreiben:

$$W(E, e_0) = (e_0/E) \sum_{s=0}^{l-1} \frac{(\log E/e_0)^{l-s-1}}{\Gamma(l-s)}. \quad (6, 3a)$$

Wenn wir nun, wie es naheliegend und für die Sekundärteilchen der weichen Komponente sicher gerechtfertigt ist, für die einfallenden Teilchen ein Energiespektrum von der Form eines Potenzgesetzes annehmen,

$$S(E) dE = (E/E_0)^{-\gamma} dE, \quad (6, 4)$$

können wir den Bruchteil f aller Teilchen berechnen, die mit Energien $E \geq e_0$ den Absorber verlassen:

$$f = \frac{\int_{e_0}^{\infty} W(E, e_0) \cdot S(E) dE}{\int_{e_0}^{\infty} S(E) dE}. \quad (6, 5)$$

Einsetzen aus (6, 3a) und (6, 4) ergibt

$$f = \frac{1 - \gamma^{-l}}{\gamma^{l-1}}. \quad (6, 6)$$

γ ist von der Ordnung 2; eine Absorberdicke von 36 cm wird zu $l=10$ für 3- m_e -Teilchen und zu $l=4$ für 5- m_e -Teilchen. Selbst in diesem zweiten Falle könnte also nur ein geringer Prozentsatz der einfallenden Partikeln den Absorber durchdringen, und die einfallende Strahlung müßte in nahezu gleicher Häufigkeit gewöhnliche und schwere Elektronen enthalten, wenn unter den dicken Panzern noch etwa 20% der schweren Teilchen auftreten. Dies ist in Widerspruch einmal mit dem Umstand, daß der Wirkungsquerschnitt für die Paarerzeugung der schweren Teilchen um den Faktor $(m/m_e)^2$ kleiner als der für Paarerzeugung von Elektronen sein soll, und ferner mit dem experimentellen Befund, daß unter dicken wie unter dünneren Panzern stets ein ungefähr gleicher Prozentsatz durchdringender Teilchen beobachtet wird. Die Hypothese der schweren Elektronen kann also weder mit den größeren noch mit den kleineren Massenwerten aufrechterhalten werden.

Das hier vorgebrachte Argument schließt hingegen nicht die Existenz eines γ -Mesons mit einer Masse von 5—10 m_e aus. Es wird vielleicht gut sein, noch einmal den Unterschied zwischen den beiden Hypothesen von Jánossy und von Auger hervorzuheben. Während Jánossys „schweres Elektron“ gemäß seiner „Hypothese B₁“ von den Elektronen und Photonen der weichen Komponente erzeugt werden soll, ist das Teilchen von

Auger ein Meson, erzeugt in Kernprozessen und vermutlich verknüpft mit Kernkräften; es entspricht den Teilchen in *Janossys* „Hypothese A“. Für derartige Teilchen müßten wir ein Energiespektrum bei ihrer Entstehung von ganz ähnlicher Art erwarten, wie es die gewöhnlichen μ -Mesonen zeigen; und da ihre Strahlungsverluste in Luft nicht beträchtlich wären, sollte das Spektrum auch in den unteren Schichten der Atmosphäre noch von der gleichen Art sein: eine Aussage, die im wesentlichen durch die bisherigen Messungen bestätigt wird.

Wir kommen somit auf die Frage zurück, wie man λ -Mesonen, die vorwiegend mit Energien von der Größenordnung 10^9 eV auftreten, in Nebelkammeraufnahmen identifizieren kann. Es zeigt sich dann, daß die üblicherweise besten und verlässlichsten Methoden (vgl. z. B. *Gorodetzki* [G 4, G 5], *Wilson* [W 4] oder *Sitte* [S 3]) in diesem Falle nicht erfolgversprechend sind. Wir meinen die Methoden, bei denen neben dem Impuls die Ionisation oder die Energieverluste in einem Absorber innerhalb der Kammer gemessen werden.

Was die erste betrifft, so ist bereits gezeigt worden, daß die Ionisation nur für Teilchen mit Energien beträchtlich unter 10^8 eV in einem Ausmaße stark wird, das quantitative Beobachtungen ermöglicht. Solche Teilchen würden oberhalb des Absorbers als leicht ionisierende Spuren erscheinen, würden im Absorber etwa die Hälfte ihrer Energie verlieren und mit dichten Spuren austreten (wir denken hier immer an Absorber von der Art, wie sie *Rochester* und *Butler* verwenden: etwa 3 cm Blei). Wenn man auf derartige Spuren stoßen würde, wäre das zweifellos der beste, vielleicht der einzige wirklich überzeugende Beweis für die Existenz der hypothetischen Teilchen; leider ist aber die Wahrscheinlichkeit dafür, sie zu finden, äußerst gering. Wir haben gesehen, daß das Energiespektrum der λ -Mesonen dem der μ -Mesonen sehr ähnlich sein sollte, und vom Spektrum dieser Partikeln wissen wir, daß so geringe Energien äußerst selten sind. Mit Apparaturen, wie sie bisher verwendet wurden, müßte man Messungen des Energiespektrums über viele Jahre erstrecken, ehe man hoffen könnte, ein geeignetes Teilchen „einzufangen“.

Messungen des Energieverlustes in einer 3-cm-Bleiplatte dagegen werden auf den ersten Blick erfolgversprechender erscheinen. Ein 10^9 -eV-Teilchen wird in dem Absorber etwa $5 \cdot 10^7$ eV durch Ionisation verlieren, während, wenn Strahlungsverluste vorkommen, diese selbst für ein „schweres“ λ -Meson mit $10 m_e$ im Mittel ungefähr 10^8 eV betragen würden, also relativ leicht erkennbar sein müßten. Der Haken liegt bei dem „im Mittel“: Da wir als „durchdringend“ nur jene Teilchen registrieren, die im Bleiabsorber keine Sekundärteilchen erzeugt haben, sondern wir auf diese Weise gerade die Partikeln aus,

deren Energieverluste unterdurchschnittlich klein sind, nämlich die, obwohl sie fähig sein mögen, Bremsstrahlung zu emittieren, zufällig keine derartigen Zusammenstöße erlitten (man wird sich hier erinnern, daß bekanntlich die Schwankungen der Energieverluste für Strahlungsprozesse beträchtlich größer sind als für Stoßionisation). Die anderen, die γ -Quanten emittiert haben und deren Energieverluste daher normal oder überdurchschnittlich waren, werden in der Regel von einer Elektronenkaskade begleitet erscheinen, die von den Bremsphotonen im Blei erzeugt wurde: sie werden daher nicht als „durchdringend“ klassifiziert werden. — Es sei hier übrigens vermerkt, daß verschiedene Autoren (z. B. *Rochester*, loc. cit., *Wilson*, loc. cit., *Bothe* [B 10]) in Nebelkammerbildern auf Fälle gestoßen sind, in denen durchdringende Teilchen „über Erwarten große“, d. h. die Ionisationsverluste beträchtlich übersteigende Energieverluste aufwiesen, ohne dabei wesentlich gestreut zu erscheinen: dies ist genau das Verhalten, das man erwarten würde, wenn diese Teilchen Strahlungsverluste erlitten hätten und die emittierten Photonen keine Kaskade erzeugt hätten — z. B. wenn sie in den untersten Schichten des Absorbers ausgelöst worden sind — oder diese Kaskade bereits völlig absorbiert worden wäre — z. B. wenn sie in den obersten Schichten entstanden wären.

Wir werden uns also nach anderen Methoden umsehen müssen, um Beweismaterial für die Hypothese der leichten Partikeln zu finden. Es scheint uns, daß der einfachste Weg in einer gründlichen Untersuchung der Multiplikationsprozesse von Teilchen mit Energien um 10^9 eV in den 3-cm-Bleiplatten in der Nebelkammer besteht.

Betrachten wir diese Multiplikationsprozesse etwas eingehender. Wir können sie in zwei Teile spalten: erstens die Emission von Photonen durch Bremsstrahlungsprozesse der λ -Mesonen, zweitens die Entstehung einer Elektronenkaskade, hervorgerufen durch diese Photonen. Wir vernachlässigen dabei eine eventuelle Paarerzeugung von λ -Mesonen durch die Photonen, ein Prozeß, der ja auf jeden Fall um einen Faktor $(m_e m_\lambda)^2$ unwahrscheinlicher ist als der behandelte. — Die erste Stufe, der Bremsstrahlungsprozeß, wird also in der „Strahlungslänge“ oder „Schauereinheit“ der λ -Mesonen zu beschreiben sein — wir wollen kurz von „ λ -Mesoneneinheiten“ sprechen —, während für die zweite Stufe die gewöhnlichen „Elektroneneinheiten“ maßgebend sein werden. In λ -Mesoneneinheiten gemessene Längen wollen wir mit dem Index λ , in Elektroneneinheiten gemessene Längen mit dem Index e versehen.

Nach *Bethe* und *Heitler* können wir für die Emission eines Photons mit einer Energie zwischen U und $U + dU$ in einer Schicht von der Dicke dh die Wahrscheinlichkeit $W(U)$

$$W(U) dU = \log 2 \cdot \frac{dU}{U} \cdot dl_e \quad (6, 7)$$

ansetzen. Ein solches Photon wird, wenn es eine Absorberschicht von der Dicke l_e durchlaufen hat, im Mittel eine Kaskade von $\bar{n}(U, l_e)$ Sekundärelektronen erzeugt haben. Die numerischen Werte von $\bar{n}(U, l_e)$ können wir den Tabellen von Arley [A 5] entnehmen.

Unter einem Absorber von der Dicke L , gemessen in λ -Mesoneneinheiten, sind daher im Mittel $N(E_0, L)$ Sekundärelektronen zu einem primären λ -Meson mit Einfallsenergie E_0 gemäß

$$\bar{N}(E_0, L) = \int_0^L dl_e \int_{E_k}^E \bar{n}(U, l_e) \cdot W(U) \cdot dU \quad (6, 8)$$

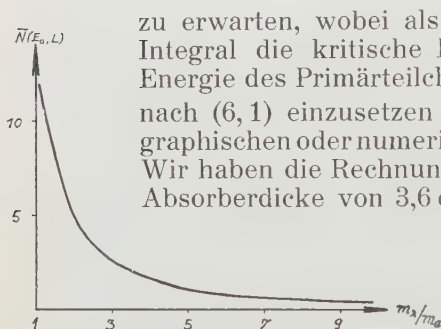


Abb. 30. Mittlere Teilchenzahl in Sekundärkaskade von λ -Mesonen verschiedener Masse (mit $E_0 = 10^9$ eV, $L = 3,6$ cm Pb).

zu erwarten, wobei als Integrationsgrenzen im zweiten Integral die kritische Energie für Elektronen und die Energie des Primärteilchens in der entsprechenden Tiefe nach (6,1) einzusetzen ist. $N(E_0, L)$ kann aus (6,8) mit graphischen oder numerischen Methoden ermittelt werden. Wir haben die Rechnung der Einfachheit halber für eine Absorberdicke von 3,6 cm durchgeführt, die der in den

besprochenen Nebelkammerversuchen verwendeten sehr nahekommt (man muß bedenken, daß ja die Teilchen im allgemeinen nicht genau vertikal einfallen). Die Ergebnisse der Auswertung sind in Abb. 30 dargestellt, die die

Anzahl der Sekundärelektronen für ein primäres λ -Meson mit 10^9 eV Einfallsenergie als Funktion seiner Masse wiedergibt. Wie wir im vorstehenden Abschnitt bereits erwähnt haben, wird $\bar{N}(E_0, L)$ für die geringeren λ -Mesonenmassen sehr beträchtlich.

In ähnlicher Weise kann man die Wahrscheinlichkeiten $w(N, U, l_e)$ dafür, in einer von einem Photon mit Energie U ausgelösten Kaskade unter einem Absorber mit Dicke l_e die Anzahl N Sekundärelektronen zu finden, dazu benutzen, um die Wahrscheinlichkeiten $W(0)$ dafür zu berechnen, daß unser λ -Meson die Platte durchsetzt, ohne ein Sekundärelektron zu erzeugen. Die Werte von $w(N, U, l_e)$ sind gleichfalls von Arley tabuliert worden; $W(0)$ kann also wieder aus

$$W(0) = \int_0^L dl_e \int_{E_k}^E w(0, U, l_e) \cdot W(U) \cdot dU \quad (6, 9)$$

numerisch oder graphisch bestimmt werden. Für $E_0 = 10^9$ eV und 3,6 cm Blei erhält man die Werte von Tab. 10.

Tabelle 10.

$(m_\lambda/m_e)^2$	1	10	50	100
$W(0)$	0,165	0,505	0,844	0,929

Selbst für die schwerste vermutete λ -Mesonenmasse erhält man also noch eine beachtliche Wahrscheinlichkeit für die Ausbildung einer Sekundärkaskade in der Bleiplatte; bedenkt man außerdem, daß die primären λ -Mesonen, deren gesamter Energieverlust im Blei ja bedeutend geringer als der eines gleich schnellen Elektrons ist, noch als schnelle Teilchen austreten werden, und bedenkt man ferner, daß λ -Mesonen in diesem Energiebereich mit einer Wahrscheinlichkeit von $\sim 10^0\%$, gewöhnliche μ -Mesonen dagegen mit einer Wahrscheinlichkeit von $< 5^0\%$ „knock-on“-Schauer in unserer Bleiplatte auszulösen vermögen, so erkennt man, daß eine Statistik der Schauererzeugung der Teilchen in einer Bleiplatte die einfachste Methode darstellt, um zwischen Elektronen, λ -Mesonen und μ -Mesonen zu unterscheiden. Man müßte *alle* Partikeln registrieren, die in der oberen Kammerhälfte Energien von $\sim 10^9$ eV aufweisen — gleichgültig ob sie „durchdringend“ sind, d. h. nicht multiplizieren, oder Kaskaden erzeugen —, und dann die Häufigkeit und Dichte der Elektronenschauer unter der Platte studieren. μ -Mesonen dürften nur in etwa $1^0\%$ aller Fälle Anlaß zu „knock-on“-Schauern geben; λ -Mesonen würden je nach ihrer Masse in etwa 20—60 $^0\%$ aller Fälle von Schauern begleitet sein, während Elektronen nur in 16 $^0\%$ aller Fälle einzeln aus dem Absorber austreten sollten. Neben diesem quantitativen Unterschied zwischen Elektronen und λ -Mesonen gibt es aber noch einen unverkennbaren qualitativen: wie oben bereits erwähnt wurde, ist der mittlere Energieverlust der λ -Mesonen in der Bleiplatte nicht sehr groß, und das Primärteilchen hat auch nach Durchsetzen der Bleiplatte noch eine große Energie. Auch aus Strahlungsprozessen entstandene Sekundärkaskaden werden daher das charakteristische Aussehen von „knock-on“-Schauern haben: ein sehr schnelles Teilchen, das die Platte durchdringt und in Begleitung einer schütterten, weichen Kaskade austritt. — Die Kaskaden, die von einfallenden 10^9 -eV-Elektronen im Blei erzeugt werden, werden im allgemeinen, da der mittlere Energieverlust der Elektronen sehr groß ist, kein als Primärpartikel erkennbares schnelles Teilchen enthalten, sondern aus einer großen Zahl weicher Teilchen bestehen.

Wir bemerken noch, daß gemäß diesen Überlegungen nur ein Bruchteil zwischen 80% und etwa 40% aller einfallenden λ -Mesonen mit den üblichen Methoden in Nebelkammermessungen als „durchdringend“ registriert würde; alle jene, die Sekundärelektronen ausgelöst haben, würden nicht mitgezählt.

Eine Statistik der Multiplikationsprozesse von durchdringenden Schauerteilchen mit Energien um und über 10^9 eV stellt also unseres Erachtens die einfachste, wenn auch nicht die absolut überzeugendste Methode vor, die Existenz der hypothetischen leichten Teilchen zu prüfen. Leider ist weder das Material von *Mitra* noch das von *Rochester* und *Butler* für eine derartige Prüfung geeignet, da die benützten Zählrohr-

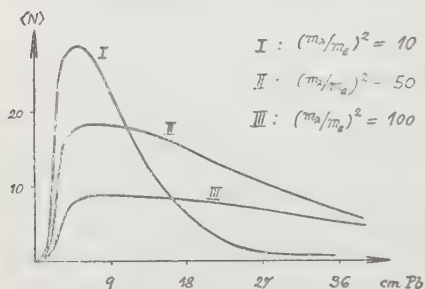


Abb. 31. Mittlere Teilchenzahl in Sekundärkaskaden unter dicken Absorbern.

anordnungen eine unerlaubte Auslese eingeführt haben könnten. Dennoch ist es vielleicht von Bedeutung, daß Schauer vom „knock-on“-Typ, wie wir sie für λ -Mesonen vorausgesagt haben, anscheinend nicht mit auffälliger Häufigkeit beobachtet wurden. — Abb. 10 in § 3 hat das allgemeine Aussehen eines derartigen Schauers, doch kann ohne Kenntnis der Energien der Teilchen natürlich nichts mit Sicherheit ausgesagt werden.

Wenden wir uns nun einem anderen experimentellen Befund zu, den man geneigt sein könnte, als Unterstützung der λ -Mesonen-Hypothese zu zitieren. Wir meinen die Beobachtung der häufigen großen Begleitkaskaden unter dicken Bleiabsorbern, die *Rochester* bereits in seiner älteren Nebelkammeruntersuchung vor ein unlösbares Problem stellten. Wenn die durchdringenden Teilchen λ -Mesonen wären, die in Blei Strahlungsverluste erleiden, könnte man die rätselhaften Schauer auf die so emittierten Photonen zurückführen. Man kann dann auf genau die gleiche Art wie oben die mittlere Anzahl der Sekundärelektronen berechnen; wir haben dabei das Energiespektrum $S(E)dE$ der λ -Mesonen gleich dem *Wilson*schen für μ -Mesonen angesetzt und die Mittelwerte $\langle N \rangle$ gemäß

$$\langle N \rangle = \frac{\int \bar{N}(E_0, L) \cdot S(E_0) \cdot dE_0}{\int S(E_0) dE_0} \quad (6, 10)$$

für $L = 36$ cm Blei und drei verschiedene λ -Mesonenmassen bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abb. 31 wiedergegeben. — Man sollte dabei nicht zuviel Gewicht auf die Absolutwerte der $\langle N \rangle$ legen, die infolge der vielen Vereinfachungen, Vernach-

lässigungen und Voraussetzungen unserer Methode leicht um einen beachtlichen Faktor ungenau sein können — wir glauben nicht, daß im gegenwärtigen Stadium eine viel bessere, kompliziertere Auswertung gerechtfertigt wäre —; die relativen Wesenszüge der Kurven dagegen sind von diesen Ungenauigkeiten nicht in entscheidendem Maße betroffen. Dies genügt bereits, um neuerdings ein Argument gegen die leichteren Massen vorzubringen. Obwohl es natürlich nicht möglich ist, aus den Experimenten einen verlässlichen statistischen Mittelwert für die Teilchenzahl der Schauer herzuleiten — zumindest die Anzahl der Schauer mit $N = 0$ Partikeln ist unbestimmt —, ist doch zweifellos eine Abschätzung der Schauerdichte in *Rochesters* alten Versuchen unter 30—40 cm Blei mit etwa 20 Teilchen größenordnungsmäßig richtig, und sie ist in den neueren Versuchen unter 10 cm Blei nicht wesentlich anders. Nun zeigen die Kurven von Abb. 31 eine starke Abhängigkeit der Schauerdichte von der Absorberdicke, solange die Masse des hypothetischen Teilchens $\leq 7m_e$ ist. Diese Annahme muß also verworfen werden.

Wir sollten aber an dieser Stelle die Begleitkaskaden der durchdringenden Schauerteilchen noch von einem anderen Gesichtspunkt aus kurz diskutieren. Wie *Rochester* [R 4, loc. cit.] gezeigt hat, könnten sie ihrer Häufigkeit nach als sekundäre Kaskaden von Zerfallselektronen aufgefaßt werden, wenn die zerfallenden Teilchen Lebensdauern von der Ordnung $\leq 10^{-10}$ sec hätten. Eine derartige Annahme wurde damals als unbegründet abgelehnt; sie ist aber durchaus innerhalb der Schranken, die *Bethe* und *Marshak* für ihr theoretisches „schweres Meson“ herleiten. Ein solches neutrales Teilchen, das in zwei Photonen zerfällt, würde in allen Teilen eines Absorbers mit gleicher Wahrscheinlichkeit zerfallen. Die Reichweite der von ihnen gebildeten Schauer wäre nicht sehr groß; je nach Energie der Primärpartikeln etwa 5—9 cm Blei. Für alle Absorberdicken von mehr als diesem Wert müßte man daher die gleiche mittlere Teilchenzahl und statistische Verteilung der Begleitkaskaden erwarten, da ja nur jene Schauer gesehen werden, die in den untersten 5—9 cm entstanden sind. Man kann dann fragen, welche Energie die Primärteilchen haben müßten, um bei Zerfall in zwei Photonen eine Kaskade von im Mittel etwa 20 Sekundärelektronen auszulösen. Da die Kaskade mit gleicher Wahrscheinlichkeit in jeder Schicht dl_e der untersten l -Schauereinheiten beginnen kann, ist die mittlere Anzahl $\langle N_{ph} \rangle$ der Sekundärteilchen in diesen von Photonen erzeugten Schauern

$$\langle N_{ph} \rangle = \frac{1}{l} \int_0^l \bar{n}(U, l_e) \cdot dl_e. \quad (6, 11)$$

Die Werte $\bar{n}(U, l_c)$ können wieder aus *Arleys* Tabellen entnommen werden. Man findet, daß, um Begleitschauer von 20 Partikeln zu bilden, eine Einfallsenergie von etwa $3 \cdot 10^9$ eV erforderlich wäre: ein recht befriedigendes Resultat. — Die Unabhängigkeit der Schauerdicke von der Dicke der Absorber könnte vielleicht als Kriterium für eine experimentelle Entscheidung über diese Interpretation dienen.

Zur λ -Mesonen-Hypothese zurückkehrend, wollen wir noch ein weiteres Experiment besprechen, das es gestatten würde, diese Teilchen von gewöhnlichen μ -Mesonen zu unterscheiden. Wie wir gesehen haben, ist der Energieverlust durch Bremsstrahlung in Bleiabsorbern von 10 cm Dicke selbst für die schwereren λ -Mesonen von der Ordnung einiger 10^8 eV. Wenn man daher das Energiespektrum der Schauerteilchen *unter* einem solchen Absorber und, mit ansonsten gleicher Anordnung, *über* der 10-cm-Platte mißt, sollte sich für λ -Mesonen ein beträchtlicher, für μ -Mesonen ein kaum meßbarer Unterschied ergeben. Bisher liegen leider derartige Messungen nicht vor; das Spektrum von *Rochester* und *Butler* stellt nur die eine Hälfte der erforderlichen Versuchsreihe vor, und die anscheinend dort beobachtete Verschiebung zu geringeren Energien, verglichen mit dem Spektrum von Einzelteilchen, ist daher nicht beweiskräftig.

Andrerseits wäre selbst ein positiver Befund in dem geforderten Experiment kein eindeutiges Argument, solange nicht zugleich Klarheit nicht nur über den Betrag, sondern auch über die Art des Energieverlustes gewonnen ist. Anomale Energieverluste können z. B. auch durch Kernzusammenstöße hervorgerufen sein, und aus der Analyse von *Rochester* und *Butler* sieht man, daß solche Zusammenstöße recht häufig vorkommen. Anomale Streuung beweist die Existenz von Nahkräften zwischen den durchdringenden Partikeln und den Kernteilchen; die Erhaltungssätze werden bei diesen Zusammenstößen im allgemeinen die Emission mindestens eines Kernteilchens fordern. Die Beobachtungen sind mit einer mittleren Weglänge zwischen zwei Zusammenstößen von der Größenordnung 10 cm gut vereinbar⁵⁾, und in den bisher analysierten Fällen wurden Energieverluste pro Zusammenstoß von der Größenordnung einiger 10^8 eV gefunden: Daten, die zu einer ganz ähnlichen Verschiebung des Energiespektrums Anlaß geben würden, wie wir sie für bremsstrahlende λ -Mesonen erwarten müssen.

⁵⁾ *Rochester* und *Butler* schließen, in Zusammenfassung ihrer neuen Werte mit den älteren Beobachtungen von *Rochester*, auf eine Weglänge von 25 cm. Dieser Betrag stellt jedoch eine obere Schranke vor, da insbesondere in den älteren Versuchen kein Unterschied zwischen lokalen und ausgedehnten Schauern gemacht wurde und die beobachteten durchdringenden Teilchen daher wahrscheinlich zum Teil μ -Mesonen waren.

Eine mittlere Weglänge von ~ 10 cm und ein Energieverlust von $\geq 10^8$ eV pro Zusammenstoß sind jedoch genau die Werte, die wir für die Interpretation der Versuche von *Broadbent* und *Jánossy* durch „Hypothese C“ fordern müssen. Es liegt daher nahe, die „knock-on-Protonen“ der Hypothese C, und nicht neue hypothetische Elementarteilchen, für die 7fachen Koinzidenzen in der Anordnung P von *Broadbent* und *Jánossy* verantwortlich zu machen.

In einer zusammenfassenden Schlußfolgerung müssen wir uns wohl mit der Feststellung begnügen, daß das bisher vorliegende experimentelle Material nicht ausreicht, um eine gesicherte Entscheidung zwischen den verschiedenen Hypothesen über die durchdringenden Teilchen zu treffen. Wir glauben, *Jánossys* Hypothese B₁, die diese Partikeln zu Sekundärteilchen der weichen Komponente macht, ausscheiden zu können; wir glauben ferner, für das hypothetische λ -Meson nach *Auger* oder nach Hypothese A Massen von weniger als ungefähr $7 m_e$ ausscheiden zu können. Das Beobachtungsmaterial ist dagegen konsistent mit der Annahme eines λ -Mesons von $7-10 m_e$, zumindest sofern wir für dieses Teilchen eine Verknüpfung mit den Kernkräften zulassen. Hierin liegt unseres Erachtens die Schwäche dieser Hypothese: die Verknüpfung mit den Kernkräften muß gefordert werden, um die in den Versuchen von *Rochester* und *Butler* beobachtete anomale Streuung zu erklären. Nimmt man sie aber an, so erscheint uns die Postulierung neuartiger Elementarteilchen überflüssig, da man dann mit Hypothese C, mit „knock-on-Protonen“ anstatt Sekundärelektronen, auskommt. In dieser Hypothese müßten die durchdringenden Teilchen nicht einheitlicher Natur sein; sie können Protonen oder irgendwelche „Mesonen“ sein, deren Wirkungsquerschnitt für Kernzusammenstöße von der Größenordnung des geometrischen Querschnitts ist, und fast sicher treten alle diese Teilchen gelegentlich in Schauern auf. Der Überschuß an positiven Partikeln in den Versuchen von *Rochester* und *Butler* scheint auf die Bedeutung der Protonenkomponente hinzuweisen.

Wir glauben ferner nicht, daß es nötig ist, trotz der beobachteten Verschiedenheit des Übergangseffektes in Blei für lokale und für ausgedehnte Schauer einen grundsätzlichen Unterschied in der Natur dieser beiden Schauerarten oder der sie auslösenden Prozesse anzunehmen. Die ausgedehnten Schauer können eine Art Teilprozeß der lokalen vorstellen und Eigenschaften zutage bringen, die in dem komplexen Explosionsprozeß, der zur Aussendung eines lokalen Schauers führt, überdeckt werden.

Andrerseits sollten wir uns hüten, das Streben nach Vereinheitlichung unseres Bildes zu weit zu treiben. Jedermann, der Nebelkammeraufnahmen von durchdringenden Schauern

studiert hat, wird sich angesichts der Verschiedenheit des äußeren Bildes, das mit der gleichen Apparatur gewonnene Schauerphotographien oft bieten, fragen, ob es sich denn wirklich um ein einheitliches Phänomen handle. Wir haben versucht, in den hier reproduzierten Aufnahmen einen fairen Durchschnitt zu geben, in dem zumindest die zwei häufigsten Typen vertreten sind: die Schauer, die aus einzelnen durchdringenden Teilchen und zahlreichen Elektronen bestehen, und die Schauer, in denen wir eine Gruppe von nahezu parallelen, äußerst energiereichen und meist positiv geladenen durchdringenden Teilchen beobachten — meist ohne nennenswerte Elektronenbegleitung. Es ist zu früh, zu sagen, ob es sich hier um extreme Fälle eines kontinuierlich veränderlichen Phänomens oder um verschiedenartige Prozesse handelt, aber man sollte wenigstens die Möglichkeit im Auge behalten, daß in der nächsten Phase des Studiums der durchdringenden Schauer mehrere Typen auseinanderzuhalten sein könnten, ähnlich wie die eingangs erwähnte „klassische Phase“ des Studiums der Schauer zusammenbrach, als wir Kenntnis von den verschiedenen Typen von Mesonen gewannen.

Das Studium der durchdringenden Schauer hat uns bereits eine Menge über Elementarprozesse und Elementarteilchen gelehrt. Wir haben neue Partikeln kennengelernt und sind im Begriffe, unsere Kenntnis über Zusammenstöße bei sehr großen Energien wesentlich zu erweitern. Die Technik ist kompliziert, die Interpretation schwierig und der Fortschritt langsam, aber die Arbeit wohl wert, getan zu werden.

Zusatz bei der Korrektur (September 1949).

Die bedauerliche lange Pause zwischen Fertigstellung des Manuskripts und Veröffentlichung eines zusammenfassenden Berichtes der vorliegenden Art macht es unvermeidlich, daß ein guter Teil des Inhalts längst veraltet ist, ehe er im Druck vorliegt. Es ist selbstverständlich unmöglich, in dem knappen Raum einer Ergänzung in der Korrektur alle die in der Zwischenzeit erzielten Fortschritte gebührend zu beschreiben. Einige der im Text als unentschieden hingestellten Fragen sind jedoch völlig aufgeklärt worden, und sie sollen kurz erwähnt werden:

1. Die Hypothese der „ λ -Mesonen“ oder „schweren Elektronen“ als wesentliche Komponente der durchdringenden Schauer kann endgültig als widerlegt gelten (*G. Cocconi, V. Cocconi-Tongiorgi und K. Greisen, Physic. Rev. 75, 1063 [1949]; K. Sitte, Bull. Amer. Physic. Soc., Nov. 1948*); dies obwohl ein Teilchen von ungefähr elf Elektronenmassen kürzlich beobachtet wurde (*Cowan, 1948*).

2. Die Anwesenheit einer überraschend großen Zahl von Neutronen sowohl in lokalen als auch in ausgedehnten Schauern wurde von *V. Cocconi-Tongiorgi und G. Cocconi* festgestellt und eingehend studiert (z. B. *Physic. Rev. 75, 1532 [1949]*).

3. Genauere Messungen der relativen Häufigkeit der durchdringenden Teilchen in ausgedehnten Schauern (*Cocconi, Cocconi-Tongiorgi und Greisen,*

loc. cit.) zeigen eine Zunahme der harten Komponente mit der Tiefe in der Atmosphäre von etwa 1% in 3200 m Höhe zu etwa 2% in Seehöhe.

4. Der Großteil der durchdringenden Teilchen in Luftschauern sind μ -Mesonen (*Cocconi, Cocconi-Tongiorgi und Greisen*, loc. cit.). Eine Komponente, die fähig ist, lokale durchdringende Schauer zu erzeugen („N-Komponente“), ist jedoch gleichfalls anwesend und ihre Bedeutung ist nicht zu unterschätzen. In größeren Höhen ist ihr Beitrag wahrscheinlich etwa 10–15% (*W. D. Walker*, *Physic. Rev.* **77**, 686 (1950); *K. Sitt*, *Physic. Rev.* **78**, [in Druck]; *W. D. Walker* und *K. Greisen*, in Vorbereitung).

5. Ein neuartiger Prozeß, der zur Entstehung von Schauern von durchdringenden Teilchen beiträgt, wurde von *Bradt und Peters* (Echo Lake Symposium 1949) in ihrem Studium der schweren Primärteilchen beobachtet: Es kommt vor, daß schwere Teilchen in Zusammenstößen mit den Kernen der Atmosphäre oder von Absorbern sozusagen einen Teil ihrer Protonen (und offenbar auch Neutronen) abstreifen, so daß diese abgestreiften Teilchen ihre Bahn nahezu in der ursprünglichen Richtung fortsetzen. Der Öffnungswinkel eines solchen Schauers ist durch das Verhältnis des Impulses der Protonen im Kern zum Gesamtimpuls des schweren Primärteilchens pro Kernbaustein gegeben.

6. Einigermassen Verwirrung herrscht noch über Einzelheiten des Absorptionsprozesses der lokalen Schauer und ihrer Primärteilchen. Es scheint jedoch nunmehr sichergestellt, daß der Stoßquerschnitt für die Erzeugung von lokalen harten Schauern praktisch gleich dem geometrischen Kernquerschnitt ist, was z. B. in Blei zu einer mittleren Weglänge zwischen Zusammenstößen der schauererzeugenden Teilchen von etwa 160 gr/cm² führt. Gegenteilige Ergebnisse z. B. von *Tinlot* (*Physic. Rev.* **75**, 519 [1949]: 350 gr/cm²) und von *Cocconi* (*Physic. Rev.* **75**, 1074 [1949]: Variation mit Absorberdicke von 160 gr/cm² zu 380 gr/cm²) können teils auf unvollständige Ausscheidung anderer Schauer (*Cocconi*, *Physic. Rev.* **76**, 984 [1949]), teils auf die Energieabhängigkeit des Stoßquerschnitts (*Sitt*, vorläufige Resultate von Messungen im Sommer 1949) zurückgeführt werden. Es ist ferner wesentlich, hier eine klare Unterscheidung zwischen Stoßquerschnitt und Absorptionsquerschnitt zu treffen, da die Primärteilchen in der Regel mehr als einen Zusammenstoß erleiden können, ehe sie außerstande sind, weitere Schauer zu erzeugen.

Literatur.

- [A 1] *N. Arley*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **168**, 519 (1938).
- [A 2] *P. Auger, R. Maze u. Th. Grivet-Meyer*, *C. r.* **206**, 1721 (1938).
- [A 3] *P. Auger, R. Maze u. Robley*, *C. r.* **208**, 1641 (1939).
- [A 4] *P. Auger, P. Ehrenfest, R. Maze, J. Daudin, Robley u. A. Fréon*, *Rev. Mod. Phys.* **11**, 288 (1939).
- [A 5] *N. Arley*, *Stochastic Processes and Cosmic Radiation* (1943).
- [A 6] *P. Auger, J. Daudin, A. Fréon u. R. Maze*, *C. r.* **226**, 169 (1948).
- [A 7] *P. Auger, J. Daudin, A. Fréon u. R. Maze*, *C. r.* **226**, 569 (1948).
- [A 8] *P. Auger, R. Maze, P. Ehrenfest u. A. Fréon*, *Journ. de Phys.* **10**, 39 (1939).
- [A 9] *P. Auger u. J. Daudin*, *Physic. Rev.* **61**, 91 (1942).
- [A 10] *P. Auger u. J. Daudin*, *Physic. Rev.* **61**, 549 (1942).
- [A 11] *A. Alichanow u. A. Alichanian*, *Journ. Phys. U.S.S.R.* **9**, 73 (1945).
- [A 12] *A. Alichanow u. A. Weissenberg*, *Journ. Phys. U.S.S.R.* **10**, 293 (1946).
- [A 13] *A. Alichanow, A. Alichanian, S. Nikitin u. A. Weissenberg*, *Journ. Phys. U.S.S.R.* **10**, 294 (1946).
- [A 14] *A. Alichanow, A. Alichanian u. A. Weissenberg*, *Journ. Phys. U.S.S.R.* **11**, 97 u. 199 (1947).
- [B 1] *H. J. Bhabha u. W. Heitler*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **159**, 432 (1937).
- [B 2] *H. J. J. Braddick u. G. S. Hensby*, *Nature* **144**, 1012 (1939).

- [B 3] *I. S. Bowen u. N. V. Neher*, *Physic. Rev.* **52**, 217 (1938).
- [B 4] *P. M. S. Blackett*, *Proc. Phys. Soc.* **53**, 203 (1941).
- [B 5] *H. J. Bhabha u. S. K. Chakrabarty*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **181**, 267 (1943).
- [B 6] *H. A. Bethe u. R. E. Marshak*, *Physic. Rev.* **72**, 506 (1947); *R. E. Marshak*, *Physic. Rev.* **75**, 700 (1949).
- [B 7] *D. Broadbent u. L. Jánossy*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **190**, 497 (1947).
- [B 8] *D. Broadbent u. L. Jánossy*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **191**, 517 (1947).
- [B 9] *D. Broadbent u. L. Jánossy*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **192**, 364 (1948).
- [B 10] *W. Bothe*, *Rev. Mod. Phys.* **11**, 282 (1939).
- [C 1] *J. F. Carlson u. J. R. Oppenheimer*, *Physic. Rev.* **51**, 220 (1937).
- [C 2] *G. Cocconi, A. Loverdo u. V. Tongiorgi*, *N. Cim.* **1**, 314 (1943).
- [C 3] *G. Cocconi, A. Loverdo u. V. Tongiorgi*, *Physic. Rev.* **70**, 841, 846, 852 (1946).
- [C 4] *B. Choudhuri*, *Nature* **161**, 680 (1948); *Proc. Phys. Soc. (A)* **63**, 165 (1950).
- [C 5] *J. Clay*, *Physica* **9**, 897 (1943).
- [D 1] *J. Daudin*, *Ann. Physique* **1**, 1^e Série, 19 (Avril-Juin 1944).
- [D 2] *J. Daudin*, Thesis, Paris 1942.
- [D 3] *N. Dobrotin*, *Journ. Phys. U.S.S.R.* **10**, 207 (1946).
- [E 1] *H. Euler u. W. Heisenberg*, *Erg. d. exakt. Naturw.* **17** (1938).
- [G 1] *E. Gardner u. C. M. G. Lattes*, *Physic. Rev.* **74**, 1236 (1948).
- [G 2] *K. I. Greisen*, *Physic. Rev.* **73**, 521 (1948).
- [G 3] *K. I. Greisen*, *Physic. Rev.* **61**, 212 (1942).
- [G 4] *S. Gorodetzki*, *Experientia* **2**, 421 (1946).
- [G 5] *S. Gorodetzki u. J. Combes*, International Conference on Fundamental Particles, Cambridge 1946.
- [H 1] *G. Herzog u. W. H. Bostick*, *Physic. Rev.* **58**, 218 (1940).
- [H 2] *J. Hamilton, W. Heitler u. H. W. Peng*, *Physic. Rev.* **64**, 78 (1943).
- [H 3] *J. Hamilton u. H. W. Peng*, *Proc. Roy. Irish Acad.* **49**, 179 (1944).
- [H 4] *O. Halpern u. H. Hall*, *Physic. Rev.* **73**, 477 (1948).
- [J 1] *L. Jánossy u. P. Ingleby*, *Nature* **145**, 511 (1940).
- [J 2] *L. Jánossy*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **179**, 361 (1942).
- [J 3] *L. Jánossy u. G. D. Rochester*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **182**, 180 (1943).
- [J 4] *L. Jánossy u. G. D. Rochester*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **181**, 399 (1943).
- [J 5] *L. Jánossy*, *Physic. Rev.* **64**, 345 (1943).
- [J 6] *L. Jánossy u. G. D. Rochester*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **183**, 181 (1944).
- [J 7] *L. Jánossy u. G. D. Rochester*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **183**, 136 (1944).
- [J 8] *L. Jánossy*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **183**, 190 (1944).
- [J 9] *L. Jánossy, C. B. McCusker u. G. D. Rochester*, *Nature* **148**, 660 (1941).
- [J 10] *L. Jánossy*, Symposium on Cosmic Rays, Cracow 1947.
- [L 1] *A. C. B. Lovell*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **172**, 568 (1939).
- [M 1] *S. K. Mitra u. W. G. V. Rosser*, *Proc. Phys. Soc. (A)* **62**, 364 (1949).
- [P 1] *W. M. Powell*, *Physic. Rev.* **58**, 474 (1940).
- [P 2] *C. F. Powell, G. P. S. Occhialini u. C. M. G. Lattes*, *Nature* **160**, 453 (1947).
- [R 1] *E. Regener*, *Z. Physik* **80**, 666 (1933).
- [R 2] *B. Rossi u. V. H. Regener*, *Physic. Rev.* **58**, 837 (1940).
- [R 3] *G. D. Rochester*, *Nature* **154**, 399 (1944).
- [R 4] *G. D. Rochester*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **187**, 464 (1946).
- [R 5] *G. D. Rochester, C. C. Butler u. S. K. Runcorn*, *Nature* **159**, 227 (1947).
- [R 6] *G. D. Rochester u. C. C. Butler*, *Nature* **160**, 855 (1947).
- [R 7] *G. D. Rochester u. C. C. Butler*, *Proc. Phys. Soc.* **61**, 307 u. 535 (1948).
- [S 1] *M. Schein u. V. C. Wilson*, *Rev. Mod. Phys.* **11**, 292 (1939).
- [S 2] *M. Schein, E. O. Wollan u. G. Groetzinger*, *Physic. Rev.* **58**, 1027 (1940).

- [S 3] *K. Sitte*, *Ciencia E Inv.* **3**, 187 (1947).
- [V 1] *V. Veksler, N. Dobrotin u. V. Khvoles*, *Journ. exp. and theor. Phys.*
16, 553 (1946).
- [W1] *G. Wataghin, M. D. de Souza Santos u. P. A. Pompeia*, *Physic. Rev.*
57, 61 u. 339 (1940).
- [W2] *E. J. Williams*, *Proc. Roy. Soc. (A)* **169**, 531 (1939).
- [W3] *J. G. Wilson*, *Nature* **158**, 414 (1946).
- [W4] *J. G. Wilson*, *International Conference on Fundamental Particles*,
 Cambridge 1946.

Eine Differentialgleichung für die Phase bei der Streuung Neutron—Proton.

Von

Otto Bergmann.

Institut für theoretische Physik der Universität Wien.

(Eingelangt am 29. November 1948.)

Es wird eine Differentialgleichung erster Ordnung für die Phase entwickelt und damit ein Rechenverfahren zur Bestimmung der Konstanten der asymptotischen Wellenfunktion, die die Streuung von Neutronen an Protonen charakterisiert. Im Falle der Potentialmulde ist die Differentialgleichung exakt lösbar; bei anderen Potentialfunktionen ist eine einfache Fehlerabschätzung möglich.

Zur numerischen Berechnung der Streuung von Neutronen an Protonen wurden bekanntlich verschiedene Potentialfunktionen benützt. Häufig macht man die Annahme, daß das Potential nur innerhalb eines kleinen Gebietes ungleich Null ist, außerhalb dessen aber zu vernachlässigen ist. Unter diesen Potentialen spielt die Potentialmulde

$$V = \begin{cases} -V_0 & r < r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}$$

wegen ihrer Einfachheit eine besonders ausgezeichnete Rolle. Die folgenden Betrachtungen sollen aber allgemeinere Innenraumpotentiale umfassen, obgleich natürlich jedes Potential, das genügend rasch gegen Null strebt, näherungsweise für $r > r_0$ vernachlässigt werden kann.

Geht man mit dem Ansatz

$$\psi(r) = \frac{1}{r} \chi_l(r) P_l(\cos \vartheta)$$

in die zeitunabhängige *Schrödinger*-Gleichung, in der bereits die Schwerpunktbewegung abgespaltet wurde, ein, so gewinnt man die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 \chi_l}{dr^2} + \left(k^2 - \frac{mV}{\hbar^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) \chi_l = 0,$$

worin

$$k^2 = \frac{Em}{\hbar^2}$$

und m die doppelte reduzierte Masse, also ungefähr die Masse des Protons, bedeuten. Die gesamte Innenraumlösung wird dann sein [1]

$$\psi_i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) A_l \chi_l(kr) P_l(\cos \vartheta)$$

und die Außenraumlösung

$$\psi_a = e^{ikr \cos \vartheta} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) \frac{C_l}{2} \sqrt{kr} H_{l+1/2}^{(1)}(kr) P_l(\cos \vartheta).$$

Wegen der *Rayleighschen* Entwicklung

$$e^{ikr \cos \vartheta} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) \sqrt{kr} J_{l+1/2}(kr) P_l(\cos \vartheta)$$

können C_l und A_l aus dem Gleichungssystem

$$\begin{aligned} A_l \chi_l &= \sqrt{kr} J_{l+1/2}(kr) = \frac{C_l}{2} \sqrt{kr} H_{l+1/2}^{(1)}(kr) \\ A_l \frac{d}{dr} \chi_l &= \frac{d}{dr} \left\{ \sqrt{kr} J_{l+1/2}(kr) \right\} = \frac{C_l}{2} \frac{d}{dr} \left\{ \sqrt{kr} H_{l+1/2}^{(1)}(kr) \right\} \end{aligned} \quad \bigg|_{r=r_0}$$

bestimmt werden. Aus diesem folgert man bekanntlich

$$C_l + 1 = 1,$$

so daß mit

$$C_l = -1 - e^{2i\delta_l}$$

ψ_a entweder durch C_l oder durch δ_l bestimmt ist. Ferner folgt, mit

$$C_l = |C_l| e^{i\beta_l}$$

$$\beta_l = \delta_l + \frac{\pi}{2}$$

$$C_l = 2 \sin \delta_l.$$

Wegen

$$J_{l+1/2}(kr) = \frac{1}{2} \{ H_{l+1/2}^{(1)}(kr) + H_{l+1/2}^{(2)}(kr) \}$$

kann ψ_a auch geschrieben werden

$$\begin{aligned} \psi_a &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) \left\{ \frac{e^{2i\delta_l}}{2} \sqrt{kr} H_{l+1/2}^{(1)}(kr) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sqrt{kr} H_{l+1/2}^{(2)}(kr) \right\} P_l(\cos \vartheta). \end{aligned}$$

Asymptotisch nehmen die *Hankelschen* Funktionen die Form an

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} x \cdot H_{l+1/2}^{(1)}(x) \sim e^{i \left(x - \frac{l+1}{2} \pi \right)}$$

meinen Fall wird natürlich diese Funktion nicht in geschlossener Form angebar sein. Es wäre daher zweckmäßig, in dem von *Camac* und *Bethe* entwickelten Ausdruck χ'/χ zu eliminieren, indem man die beiden Gleichungen

$$\delta_l = - \left(k r_0 + \frac{\pi}{2} + \gamma_l \right)$$

$$\frac{d\delta_l}{dr_0} = -k + \frac{d\gamma_l}{dr_0}$$

kombiniert. Tatsächlich ergibt sich nach diesem Verfahren für $l=0$ eine brauchbare Differentialgleichung.

Für $l=0$ kann geschrieben werden

$$\delta_0 = - \left(k r_0 + \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{1}{k} \frac{\chi'(k r_0)}{\chi(k r_0)} \right)$$

und die Ableitung nach dem Parameter r_0 :

$$\frac{d\delta_0}{dr_0} = -k - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_0} \left(\frac{1}{k} \frac{\chi''(k r_0)}{\chi(k r_0)} - \frac{1}{k} \frac{\chi'^2(k r_0)}{\chi^2(k r_0)} \right).$$

Mit der Differentialgleichung

$$\frac{\chi''(kr)}{\chi(kr)} = - \left(k^2 - \frac{mV(r)}{\hbar^2} \right)$$

erhält man die gesuchte Gleichung erster Ordnung:

$$\frac{d\delta_0(r_0)}{dr_0} = - \frac{mV(r_0)}{k\hbar^2} \sin^2(kr_0 + \delta_0(r_0)).$$

Da für $r > r_0$, $V=0$ sein sollte, stimmt dieses δ_0 mit der asymptotischen Phase überein. Bei stetigen Potentialfunktionen geht mit wachsendem r_0 , V gegen Null, also δ_0 gegen einen konstanten Wert. An den Schnittpunkten der Lösungskurve δ_0 mit den Geradenscharen $\delta_0 = -kr_0 + n\pi$ für ganzzahliges n hat $d\delta_0/dr_0$ Nullstellen. Ferner ist $\delta_0(r_0)$ monoton wachsend oder fallend, je nachdem, ob das Potential anziehend oder abstoßend ist.

Vernachlässigt man in der Sinusfunktion die abhängig Variable, so ergibt sich die bekannte Näherung [3]

$$\delta_0 = - \frac{m}{k\hbar^2} \int_0^{r_0} V(r) \sin^2(kr) dr.$$

Leider ist eine Erweiterung dieses Verfahrens für $l > 0$ sehr umständlich. Außerdem folgt nach obiger Methode kein Verfahren zur Berechnung von $\chi_l(kr)$. Es soll daher ein anderer

Rechnungsgang angegeben werden, der diesen Einwänden nicht ausgesetzt ist. Bringt man die Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{\chi_0''(kr)}{\chi_0(kr)} = - \left(k^2 - \frac{mV}{\hbar^2} \right)$$

durch den Ansatz

$$q = \frac{\chi_0(kr)}{\chi_0'(kr)}$$

auf die entsprechende *Riccatische*

$$\frac{dq}{dr} = 1 + q^2 \left(k^2 - \frac{mV}{\hbar^2} \right),$$

so ist die Lösung dieser Gleichung im feldfreien Fall, also insbesondere auch die asymptotische Lösung,

$$q = \frac{1}{k} \operatorname{tg}(kr + \delta_0)$$

mit beliebigen δ . Man wird darum allgemein den Ansatz machen

$$q = \frac{1}{k} \operatorname{tg}(kr + \delta_0(r)).$$

Der Radialteil der Wellenfunktion ist dann zu bestimmen durch

$$\chi(kr) = C e^{k \int \operatorname{ctg}(kr + \delta_0(r)) dr},$$

was auch geschrieben werden kann

$$\chi(kr) = C e^{k \int \operatorname{tg} \gamma_0 dr}.$$

Mit

$$\frac{dq}{dr} = \frac{1}{k \cdot \cos^2(kr + \delta_0(r))} \left(k + \frac{d\delta_0(r)}{dr} \right)$$

erhält man dann wieder die Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{d\delta_0(r)}{dr} = - \frac{mV}{k\hbar^2} \sin^2(kr + \delta_0(r)).$$

Im einfachsten Fall der Potentialmulde ist diese Gleichung leicht integrierbar und liefert das bekannte Resultat. Die Rechnungen für diesen Fall sind im Anhang zusammengestellt.

2. Erweiterung für $l \neq 0$.

Es wird nun gezeigt, daß die zweite Methode auch für $l > 0$ verwendet werden kann. Man hat hier die *Riccatische* Gleichung

$$\frac{dq}{dr} = 1 + q^2 \left(k^2 - \frac{mV}{\hbar^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right).$$

Die Schwierigkeit ist nun der entsprechende Ansatz für $q(r)$. Wegen der asymptotischen Lösung

$$\chi_l(kr) \sim \cos\left(kr - \frac{l+1}{2}\pi + \delta_l\right)$$

muß q in großer Entfernung geschrieben werden können

$$q(r) \sim -\frac{\cos\left(kr - \frac{l+1}{2}\pi + \delta_l\right)}{k \cdot \sin\left(kr - \frac{l+1}{2}\pi + \delta_l\right)}$$

und daraus ergibt sich dann auch der gesuchte Ansatz

$$q(r) = \frac{e^{i\delta_l} \left[\frac{\pi}{2} kr H_{l-1/2}^{(1)}(kr) + e^{-i\delta_l} \left[\frac{\pi}{2} kr H_{l+1/2}^{(2)}(kr) \right] \right.}{e^{i\delta_l} \left\{ \left[\frac{\pi}{2} kr H_{l+1/2}^{(1)}(kr) \right] + e^{-i\delta_l} \left\{ \left[\frac{\pi}{2} kr H_{l+1/2}^{(2)}(kr) \right] \right\} \right\}}$$

Dies stellt wieder die Lösung der *Riccatischen* Gleichung im feldfreien Raum dar, wenn δ_l eine Konstante ist. Im allgemeinen Fall wird man dann wieder δ_l als Funktion von r auffassen.

Mit den Abkürzungen

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} kr H_{l+1/2}^{(1)}(kr) = Z^{(1)}$$

erhält man die Beziehung

$$\frac{(e^{i\delta_l} Z^{(1)} - e^{-i\delta_l} Z^{(2)})(e^{i\delta_l} Z^{(1)'} + e^{-i\delta_l} Z^{(2)'}) - (e^{i\delta_l} Z^{(1)} + e^{-i\delta_l} Z^{(2)})(e^{i\delta_l} Z^{(1)'} - e^{-i\delta_l} Z^{(2)'})}{e^{i\delta_l} Z^{(1)} + e^{-i\delta_l} Z^{(2)}} = e^{i\delta_l} Z^{(1)''} + e^{-i\delta_l} Z^{(2)''} + (e^{i\delta_l} Z^{(1)} + e^{-i\delta_l} Z^{(2)}) \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{mV}{\hbar^2} \right),$$

die wegen der Identität

$$Z^{(1)''} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) Z^{(1)} = 0$$

und ebenso für $Z^{(2)}$ die Form annimmt

$$\frac{d\delta_l}{dr} = -\frac{mV(r)}{2i\hbar^2} \frac{\left[e^{i\delta_l} \sqrt{\frac{\pi}{2}} kr H_{l+1/2}^{(1)}(kr) + e^{-i\delta_l} \sqrt{\frac{\pi}{2}} kr H_{l+1/2}^{(2)}(kr) \right]^2}{\left| \sqrt{\frac{\pi}{2}} kr H_{l+1/2}^{(1)}(kr) \right| \left| \sqrt{\frac{\pi}{2}} kr H_{l+1/2}^{(2)}(kr) \right| \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} kr H_{l+1/2}^{(1)}(kr) \right\}' \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} kr H_{l+1/2}^{(2)}(kr) \right\}'}$$

Wegen

$$\left\{ \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} k r H_{l+1/2}^{(1)}(k r) \right] \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} k r H_{l+1/2}^{(2)}(k r) \right] \right\}' = -2 i k$$

ist schließlich die Differentialgleichung in der gewünschten Darstellung

$$\frac{d\delta_l}{dr} = -\frac{m V(r)}{4 \hbar^2 k} \left\{ e^{i\delta_l} \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} k r H_{l+1/2}^{(1)}(k r) + e^{-i\delta_l} \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}} k r H_{l+1/2}^{(2)}(k r) \right] \right\}^2 \right.$$

oder endgültig

$$\frac{d\delta_l}{dr} = -\frac{\pi}{2} \frac{m V(r) \cdot r}{\hbar^2} \Re^2(e^{i\delta_l} \cdot H_{l+1/2}^{(1)}(k r))$$

bzw. die äquivalente Formulierung

$$\frac{d\delta_l}{dr} = -\frac{\pi}{2} \frac{m V(r) r}{\hbar^2} |H_{l+1/2}^{(1)}(k r)|^2 \cos^2 [\delta_l(r) + \arg(H_{l+1/2}^{(1)}(k r))].$$

Nun können bekanntlich die *Hankelschen* Funktionen vom Index $l + \frac{1}{2}$ in der Form [4]

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\pi}{2}} x H_{l+1/2}^{(1)}(x) &= -e^{ix} [\varphi_1^{(l)}(x) + i \varphi_2^{(l)}(x)] \\ \sqrt{\frac{\pi}{2}} x H_{l+1/2}^{(2)}(x) &= -e^{-ix} [\varphi_1^{(l)}(x) - i \varphi_2^{(l)}(x)] \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \varphi_1^{(l)}(x) &= \sum_{\substack{\nu=0 \\ (l-\nu) \equiv 1(2)}}^l \frac{(l+\nu)!}{\nu! (l-\nu)!} \frac{1}{(2x)^\nu} (-1)^{\frac{\nu+1-l}{2}} \\ \varphi_2^{(l)}(x) &= \sum_{\substack{\nu=0 \\ (l-\nu) \equiv 0(2)}}^l \frac{(l+\nu)!}{\nu! (l-\nu)!} \frac{1}{(2x)^\nu} (-1)^{\frac{\nu-l}{2}} \end{aligned}$$

geschrieben werden. So erhält man die unter Umständen bequemere Darstellung

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_l}{dr} &= -\frac{m V(r)}{k \hbar^2} [\varphi_1^{(l)2}(k r) + \varphi_2^{(l)2}(k r)] \cos^2 [k r + \delta_l(r) + \\ &\quad + \arg(\varphi_1^{(l)}(k r) + i \varphi_2^{(l)}(k r))]. \end{aligned}$$

Unterdrückt man wieder auf der rechten Seite die abhängig Variable, so erhält man wieder die gebräuchliche Näherung

$$\delta_l = -\frac{\pi}{2} \frac{m}{\hbar^2} \int_0^{\infty} V(r) J_{l+1/2}^2(kr) r dr.$$

Auch hier ist die Phase monoton steigend oder fallend, je nachdem ob das Potential anziehend oder abstoßend ist.

Bei beliebigen Potentialfunktionen wird man, wenn nicht gerade die Lösung in geschlossener Form angegeben werden kann, die Differentialgleichung bis zu einem genügend großen Wert r^* numerisch lösen. Eine ganz grobe Fehlerabschätzung, die natürlich verfeinert werden könnte, ist, wenn δ_l^* den numerisch errechneten Wert bei r^* bezeichnet und δ_l die gesuchte asymptotische Phase:

$$\delta_l - \delta_l^* < \frac{\pi}{2} \frac{m}{\hbar^2} \left| \int_{r^*}^{\infty} V(r) r dr \right|$$

Ich möchte nicht versäumen, meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Th. Seel, für die große Hilfe, die er mir gewährte, auch auf diesem Wege zu danken.

Anhang.

Es sei noch die Integration der Differentialgleichung für $l=0$ in dem einfachsten Fall, nämlich der Potentialmulde

$$V = \begin{cases} -V_0 & r < r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}$$

durchgeführt. Im Innenraum ist dann V konstant, die Variablen können mit dem Ansatz

$$y = k r + \delta_0$$

getrennt werden:

$$\int \frac{dy}{\frac{V_0}{E} \sin^2 y + 1} = k r_0.$$

Wegen

$$\sin^2 y = \frac{1}{2} (1 - \cos 2y)$$

ist das Integral

$$\int \frac{dy}{\frac{V_0}{2E} + 1 - \frac{V_0}{2E} \cos 2y} = k r_0$$

sofort ausgewertet

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{V_0}{E} + 1}} \arctg \left(\sqrt{1 + \frac{V_0}{E}} \operatorname{tg} y \right) = k r_0$$

und gibt die bekannte Lösung

$$\delta_0 = - \left(k r_0 + \frac{\pi}{2} + \arctg (n \operatorname{ctg} n k r_0) \right).$$

Die Funktion χ_0 kann dann auch bestimmt werden zu

$$\chi_0 = C e^{k \int \text{ctg} (k r + \delta_0(r)) dr},$$

das gibt natürlich

$$\chi_0 = C \sin n k r.$$

Im Außenraum ist δ_0 konstant und damit der Radialteil der Wellenfunktion

$$\chi_0^{(a)} = C \sin (k r + \delta_0).$$

Literatur.

[1] *Th. Söxl*, Vorlesungen über Kernphysik, Wien, Fr. Deuticke, 1948, S. 121 u. f.

[2] *M. Camac* u. *H. A. Bethe*, Physic. Rev. **73**, 191 (1948).

[3] *N. F. Mott* u. *H. S. W. Massey*, The Theory of atomic collisions, Oxford, Clarendon Press, 1933, S. 28.

[4] *G. N. Watson*, A Treatise on the Theory of Bessel Functions, Cambridge University Press, 1944, S. 53 u. 54.

Über die Entfärbung natürlicher blauer und violetter Steinsalzkristalle.

Von

Norbert Adler.

II. Physikalisches Institut der Universität Wien.

Mit 6 Abbildungen.

(Eingelangt am 5. Dezember 1948.)

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dem Verhalten natürlicher blauer und natürlicher violetter Steinsalzkristalle bei höheren Temperaturen. Es wird die Änderung der Farbe bis zur Entfärbung bei verschiedenen Temperaturen durch die Aufnahme des Absorptionsspektrums festgestellt. Parallel damit werden ultramikroskopische Untersuchungen angestellt. Das hier untersuchte blaue Salz stammt aus Staßfurt, das violette aus dem Grimbergsschacht bei Heeringen im Werratal. Zum Vergleich einzelner Versuchsergebnisse werden auch noch Salze anderer Herkunft untersucht.

1. Die Meßanordnung.

Das Licht einer Projektionslampe wird in einem Monochromator zerlegt und fällt auf eine Sperrschichtzelle, deren Photostrom mit einem empfindlichen Galvanometer gemessen wird. Am Austrittsspalt des Monochromators ist eine Vorrichtung befestigt, mit der immer die gleiche Stelle des Kristalls in den monochromatischen Lichtstrahl gebracht werden kann. Weil der Photostrom proportional der einfallenden Intensität ist, kann man den Absorptionskoeffizienten¹⁾ aus den abgelesenen Skalenteilen am Galvanometer berechnen.

2. Die Versuche.

Zunächst wurde das Absorptionsspektrum des Kristalls bei Zimmertemperatur ermittelt; dann wurde er in den schon auf die gewünschte Temperatur gebrachten Ofen gegeben, eine bestimmte Zeit darin gelassen, herausgenommen, auf Zimmertemperatur abgekühlt und wieder das Absorptionsspektrum

¹⁾ Im folgenden bedeutet k immer $(\log I_0/I) \cdot 10$, eine Größe, die bei gegebener Dicke dem Absorptionskoeffizienten proportional ist.

aufgenommen. Für vergleichbare Messungen muß man auf folgendes achten: Es muß die Art des Erwärmens und des Abkühlens immer die gleiche sein; der Kristall darf während der Erwärmung nicht belichtet werden, und man muß die Absorption vor und nach der Erwärmung genau an der gleichen Stelle des Kristalls messen.

3. Die Meßergebnisse.

a) *Das natürliche blaue Salz aus Staßfurt:* Tab. 1 gibt eine Zusammenstellung der ausgeführten Versuche und der Versuchsergebnisse. Es wäre genauer, wenn man den Ent-

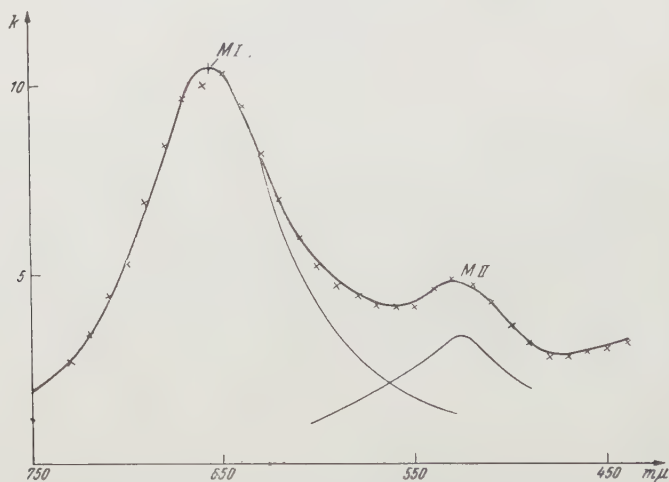


Abb. 1. Absorptionsspektrum des Staßfurter Blausalzes.

färbungsvorgang bis zur vollständigen Entfärbung für jede Temperatur an *einem* Kristall untersuchen könnte, indem man seine Erwärmung immer wieder unterbricht, ihn abkühlt und sein Absorptionsspektrum mißt. Es hat sich aber herausgestellt, daß die Entfärbung eines Kristalls, dessen Erwärmung öfters unterbrochen wird, weniger weit vorgeschritten ist, als die Entfärbung eines Kristalls, der die gleiche Zeit dauernd erwärmt war. Im folgenden wird auf die Ergebnisse der Messungen an Kristallen, die nur einmal verschieden lang erwärmt wurden, mehr Gewicht gelegt.

Abb. 1 zeigt das Absorptionsspektrum des Staßfurter Blausalzes, wie es schon aus anderen Arbeiten [1], [2], [3]²⁾ bekannt ist. Es ist eine Überlagerung von zwei Maxima. Das hohe

²⁾ Die Zahlen in Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Ende dieser Arbeit.

Maximum (M1) liegt bei 653 $m\mu$, das niedere (M2) bei 535 $m\mu$. Die Lage der beiden Maxima ist für alle Probestücke, die untersucht wurden, die gleiche. Im Ultramikroskop zeigen die blau verfärbten Stellen — wie seit

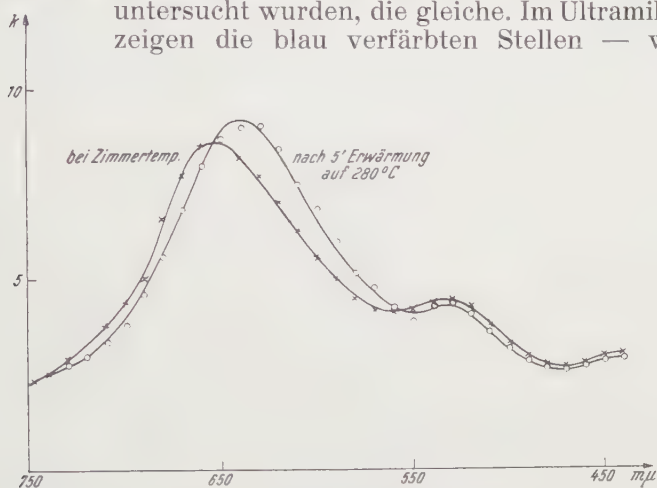


Abb. 2. Absorptionsspektrum des Probestückes 11a.

Siedentopf [4] bekannt ist — einen starken roten Tyndallkegel, der aus zahlreichen hellen Pünktchen, den Beugungsscheibchen

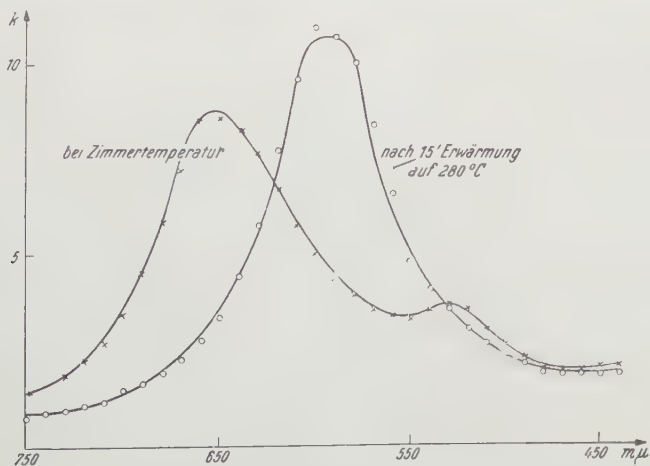


Abb. 3. Absorptionsspektrum des Probestückes 11j.

der einzelnen Kolloidteilchen, besteht. Ab und zu sieht man auch blaugrüne, leuchtende Einzelteilchen.

Bei kurzzeitiger Erwärmung (siehe Tab. 1) verschiebt sich zunächst M1 zu kürzeren Wellenlängen und der Absorptionskoeffizient des Maximums (k_{\max}) steigt stark an (Abb. 2 und 3).

Tabelle 1. *)

Nr. Dicke	M1 k_{\max}	M2 k_{\max}	$k_{\max} \cdot H$	$^{\circ}C$	Zeit	M1 k_{\max}	M2 k_{\max}	$k_{\max} \cdot H$	Farbe des Tyndall- kegels und Anmerkungen
1 1,17	653 7,8	535 3,8	875	200	1h	610 8,8	535	850	
					2h	605 9,2	535	875	
					3h	605 9,2	—	875	
					4h	600 9,3	—	860	
					5h	600 9,5	—	875	
3 —	653 10,7	535 6,1	1220	200	16h	580 8,3	—	780	
					32h	580 7,7	—	770	
					47h	580 7,4	—	—	starke Trübung
5 —	653 7,3	535 3,9	860	260	5'	620 8,4	535	880	
					10'	590 10,1	—	890	
					15'	keine Änderung			
					20'	keine Änderung			
					40'	580 7,5	—	530	
11a 1,27	653 8,6	535 4,4	1030	280	5'	640 9,1	535	1050	
					10'	625 9,4	535	1030	
					16'	610 10,6	—	1040	

*) Es bedeuten in der Tabelle: Nr.: die Nummer des Kristalls, darunter seine Dicke in mm; M1, M2: die Lage der Maxima in $m\mu$, darunter k_{\max} ; $k_{\max} \cdot H$: das Produkt k_{\max} mal der Halbwertsbreite in $m\mu$; $^{\circ}C$: die Temperatur, auf die der Kristall erwärmt wurde; Zeit: die Zeitdauer der Erwärmung; in den folgenden Spalten stehen die Werte nach der Erwärmung.

Tabelle 1 (Fortsetzung).

Nr. Dicke	M1 k_{\max}	M2 k_{\max}	$k_{\max} \cdot H$	$^{\circ}\text{C}$	Zeit	M1 k_{\max}	M2 k_{\max}	$k_{\max} \cdot H$	Farbe des Tyndall- kegels und Anmerkungen
					40'	610 bis 570 8,7		1010	
					80'	620 bis 570		—	Trübung
11b 1,51	653 10,1	535 5,2	1170	280	10'	610 12,0	535	1180	hellroter Tyndallkegel
11j 1,42	653 8,5	535 3,7	850	280	15'	595 11,0	—	860	rotorange, an den Rändern grün
11c 1,46	653 9,0	535 4,4	990	280	20	605 bis 580 10,2		980	fleckig; orange, gelb, grün
11i 1,87	653 12,4	535 5,9	1490	280	30'	615 bis 570 9,8		1470	
11d 1,10	653 10,4	535 4,9	1020	280	40'	610 bis 570 7,2		1020	
11e 1,70	653 10,9	535 5,1	1220	280	80'	610 bis 570 5,9		590	
11f 1,50	653 10,5	535 5,2	1070	280	120'	610 bis 570 4,1		460	
11g 1,76	653 10,5	535 5,0	1200	280	165'	610 bis 570 3,8		470	rot
11h 1,90	653 9,5	535 5,1	1180	280	240'	610 bis 570 3,0		324	
12a 1,18	653 7,7	535 3,5	770	300	5'	625 7,9	535	790	
12b 1,29	653 7,5	535 3,8	900	300	10'	605 9,3	—	890	orange, einzelne gelbe und grüne Stellen
12c 1,01	653 5,4	535 2,7	670	300	15'	610 bis 570 4,4		635	fleckig; orange, gelb, grün
12d 1,10	653 6,3	535 —	695	300	30'	610 bis 570 4,6		470	
12e 1,13	653 9,3	535 —	910	300	60'	605 bis 565 4,1		445	
12f 1,30	653 7,7	535 —	765	300	90'	605 bis 565 1,9		156	
12g 1,12	653 6,2	535 —	775	300	100'	605 bis 565 2,7		254	

Das gilt für alle Temperaturen. Bei längerer Erwärmung ändert M1 kaum mehr seine Lage, es verbreitert sich, und k_{\max} sinkt ab (Abb. 4), bis sich der Kristall bei genügend langer Erwärmung entfärbt hat. Die Wellenlänge, bis zu der sich M1 verschiebt, scheint so mit der Temperatur zusammenzuhängen, daß die Verschiebung von M1 bei einer um so größeren Wellenlänge stehenbleibt, je höher die Temperatur der Erwärmung ist. Bei 200° C (in Tab. 1 Kristall Nr. 3) und bei 260° C (Nr. 5) verschiebt sich M1 bis zu 580 m μ , bei 280° C (Nr. 11j) bis zu 595 m μ und bei 300° C (Nr. 12b) bis zu 605 m μ .

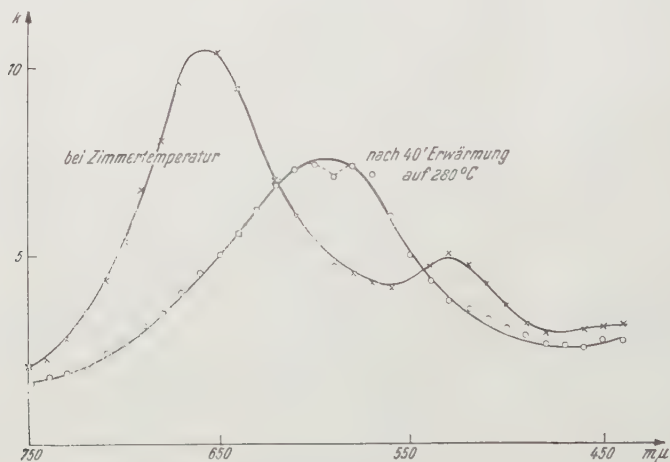


Abb. 4. Absorptionsspektrum des Probestückes 11 d.

Um über die Lage von M2 etwas aussagen zu können, muß man die Absorptionskurve zerlegen. Es zeigt sich, daß M2 bei Erwärmung seine Lage nicht ändert und viel weniger stabil gegen eine Temperaturerhöhung ist.

Die Ergebnisse der ultramikroskopischen Untersuchungen sind eine Erhärtung der Absorptionsmessungen. Wie schon gesagt, ist der Tyndallkegel an blau verfärbten Stellen zinnoberröt, die einzelnen Kolloide — bis auf wenige blaugrüne — ebenfalls rot. In kurzzeitig erwärmten Kristallen, solange sich M1 verschiebt und k_{\max} ansteigt, sind der Tyndallkegel und die Einzelteilchen orange bis gelb. Bei längerer Erwärmung, wenn M1 stehenbleibt und k_{\max} abnimmt, wird der Tyndallkegel fleckig, auch wenn der Kristall, mit freiem Auge betrachtet, homogen verfärbt zu sein scheint. Es sind orangefarbige, gelbe und grüne Flecken zu sehen. Demnach rührt die Breite der Absorptionskurve solcher Kristalle von den verschiedenen Teilchengrößen her. Das Aussehen des Tyndallkegels ändert

sich bei weiterer Entfärbung nicht mehr, nur tritt eine Auflockerung ein.

Die Entfärbung kann man sich als innere Verdampfung der Natriumkolloide vorstellen, bewirkt durch die zugeführte Wärmeenergie. Die aus dem Kolloidverband kommenden Natriumatome verbinden sich mit dem im Kristall okkludierten Chlor. (Es sei daran erinnert, daß man die gegenüber dem additiv verfärbten Salz niedrigere Entfärbungstemperatur natürlicher verfärbter Salze durch die Anwesenheit von Chlor erklärt [5].) Dieser Entfärbungsvorgang läßt sich für die Kristalle mit den Nummern 11i bis 11h zunächst rein empirisch als bimolekulare Reaktion (Abb. 5) darstellen, also in der Form $\delta t = d(1/k_t - 1/k_0)$, wobei δ eine Konstante, t die Erwärmungszeit, d die Dicke des Kristalls, k_t die Maßzahl für den Absorptionskoeffizienten³⁾ nach der Erwärmungszeit t , k_0 dieselbe Größe vor der Erwärmung bedeutet.

Interessant ist noch, daß das Produkt $k_{\max} \cdot H$ (siehe Tab. 1) bei der Erwärmung lange Zeit konstant bleibt. Nach theoretischen Überlegungen von Smakula [6] haben Mollwo und Roos [7] die Anzahl der absorbierenden Zentren N berechnet. Sie erhalten eine Gleichung, die man auch so schreiben kann: $N = \text{const. } k_{\max} \cdot H$. Diese Gleichung ist zunächst nur für die Absorption durch Elektronen, wie sie in den F -Zentren vor sich geht, abgeleitet worden. Wenn man sich aber an die Vorstellung von K. Przibram (l. c.) hält, daß die Gelbfärbung durch ein Elektron des durch die Bestrahlung neutralisierten Natriumatoms bewirkt wird, das noch fest an das Kristallgitter gebunden ist, und die Blaufärbung — sofern sie nicht von kolloidalen Teilchen herrührt — durch neutrale Natriumatome oder -komplexe, die weniger stark an das Gitter gebunden sind, so scheint es nicht zu gewagt zu sein, diese Formel auch auf andere Zentren, wie sie das anschließend besprochene natürliche violette Salz enthalten dürfte, anzuwenden. Wieweit es sinnvoll ist, diese Gleichung auch auf die Absorption durch Kolloidteilchen anzuwenden, oder ob die Konstanz von $k_{\max} \cdot H$ hier nur ein Zufall ist, kann noch nicht entschieden werden.

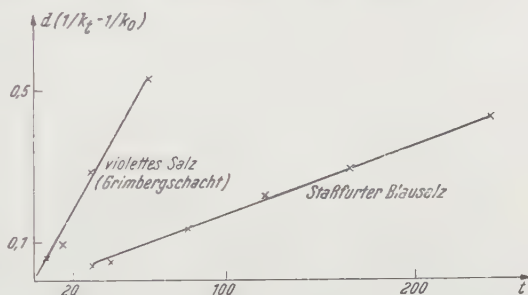


Abb. 5. Darstellung der Entfärbung als bimolekulare Reaktion.

³⁾ An der Stelle des Maximums.

b) *Das natürliche violette Steinsalz aus dem Grimberg-schacht:* Das Absorptionsspektrum dieses Salzes zeigt Abb. 6. Das Absorptionsmaximum liegt bei 583 m μ . Der ultramikroskopische Befund zeigt, wenn überhaupt, so nur einen schwachen, farblosen Tyndallkegel, der kaum anders aussieht als der Tyndallkegel

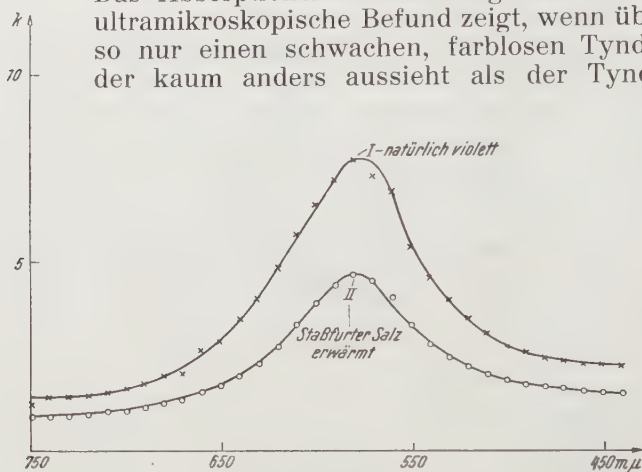


Abb. 6. Absorptionsspektrum des natürlichen violetten Salzes aus dem Grimberg-schacht und des erwärmten Staßfurter Blausalzes.

in einem unverfärbten Kristall. Die folgende Tab. 2 gibt eine Zusammenstellung der ausgeführten Versuche und der Versuchsergebnisse.

Tabelle 2. *)

Nr. Dicke	Maximum k_{\max}	$k_{\max} \cdot H$	°C	Zeit	Maximum k_{\max}	$k_{\max} \cdot H$
35 a	583	738	200	30'	583	329
1,91	7,6				3,5	
35 b	583	694	200	60'	583	186
1,04	6,8				1,5	
35 c	583	662	200	15'	583	490
1,44	7,2				4,9	
35 d	583	341	200	6'	583	324
1,61	3,1				2,8	
41	583	398	500	30''	583	320
2,15	3,6				3,0	
43	583	—	120	4 d	583	—

*) Über die Bedeutung der Spaltenköpfe siehe Fußnote bei Tab. 1.

Die Tab. 2 lehrt folgendes: Bei Erwärmung ändert sich die Lage des Absorptionsmaximums nicht, weder bei sehr

hohen Temperaturen (Nr. 41) noch bei niederen Temperaturen (Nr. 43). k_{\max} sinkt bei Erwärmung sofort ab, das Produkt $k_{\max} \cdot H$ wird kleiner.

Auch hier läßt sich die Entfärbung der Probestücke 35a bis 35d angenähert als bimolekulare Reaktion darstellen (Abb. 5).

Das Verhalten dieses Steinsalzes bei höheren Temperaturen ist ein wesentlich anderes als das des Staßfurter Salzes. Die Absorptionszentren des violetten Salzes können demnach nicht der gleichen Art sein wie die Zentren im Staßfurter Blausalz⁴⁾. Das wird durch folgenden Versuch noch deutlicher: Man kann durch geeignete Erwärmung aus dem Staßfurter Blausalz Kristalle erhalten, die das gleiche Absorptionsspektrum haben wie das natürliche violette (Abb. 6). Das Staßfurter Salz zeigt unter dem Ultramikroskop einen hellgelben Tyndallkegel, während das natürliche violette Salz bei gleicher Beleuchtung fast keinen Tyndallkegel zeigt, obwohl es intensiver verfärbt ist. *K. Przibram* hat in einer Arbeit aus dem Jahre 1923 (l. c.) mehrere Steinsalze verschiedener Herkunft ultramikroskopisch untersucht und in einer Anmerkung wörtlich gesagt: „Es ist vielleicht nicht überflüssig, zu bemerken, daß natürlich kein eindeutiger Zusammenhang zwischen der mit freiem Auge wahrgenommenen Färbung und dem ultramikroskopischen Befund besteht. Es läßt sich auch nicht ohne weiteres feststellen, wieviel von der wahrgenommenen Farbe auf Rechnung der Ultramikronen zu setzen ist.“ Obwohl also schon damals der Unterschied unter natürlichen verfärbten Steinsalzen bei ultramikroskopischer Betrachtung aufgefallen ist, ist er nicht weiter beachtet worden.

Es war nun von Interesse, festzustellen, ob nur das natürliche violette Steinsalz aus dem Grimbergsschacht andere Zentren als das Staßfurter Blausalz enthält oder ob das auch für Salze anderer Herkunft gilt. Tab. 3 gibt eine Zusammenstellung der untersuchten Kristalle.

Tabelle 3.

Fundort	Farbe	Absorptions- maximum in $m\mu$	Farbe des Tyndallkegels
Ischl	blau	580	schwach, farblos
Sizilien	violett	—	schwach, farblos
Hallstatt	blau	595	stark gelborange
Hallstatt	violett	—	schwach, farblos
Grimbergsschacht . .	blau	585	schwach, farblos
Staßfurt	violett	575	schwach, farblos
ist lichtempfindlich!			

⁴⁾ Man könnte an *R*-Zentren denken (*Seitz* [8]).

Die hier untersuchten natürlichen violetten Steinsalze zeigen alle nur einen schwachen, farblosen Tyndallkegel, der kaum anders aussieht als der in unverfärbten Kristallen.

4. Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit wird die Entfärbung des natürlichen blauen Steinsalzes aus Staßfurt und des natürlichen violetten Steinsalzes aus dem Grimbergsschacht bei höheren Temperaturen durch die Aufnahme des Absorptionsspektrums und durch ultramikroskopische Untersuchungen verfolgt. Die Ergebnisse für beide Salze zeigen wesentliche Unterschiede. Das Staßfurter Blausalz ändert seine Farbe beim Erwärmen in Violett und entfärbt sich bei 300°C in etwa zwei Stunden, das natürliche violette Salz ändert seine Farbe nicht und entfärbt sich schon bei 200°C in zwei Stunden. Unter dem Ultramikroskop zeigt das Staßfurter Blausalz einen starken, roten Tyndallkegel, das violette nur einen schwachen, farblosen. Den Unterschied im Ultramikroskop kann man noch deutlicher machen: durch geeignete Erwärmung kann man aus dem Staßfurter Blausalz violette Kristalle erhalten, die das gleiche Absorptionsspektrum haben wie das natürliche violette. Unter dem Ultramikroskop zeigen die aus dem Staßfurter Blausalz erhaltenen Kristalle einen hellen, gelben Tyndallkegel, das natürliche violette bei gleicher Beleuchtung nur einen solchen, wie man ihn auch in unverfärbten Kristallen erhalten kann. Diese Unterschiede können nur so erklärt werden, daß die Art der Absorptionszentren für beide Salze verschieden ist. Die blaue Farbe des Staßfurter Salzes bewirken die im Ultramikroskop gut sichtbaren Kolloide, die Verfärbung des natürlichen violetten Salzes müssen Zentren anderer Art sein, vielleicht *R*-Zentren (Bezeichnung nach *Seitz*). Steinsalzkristalle verschiedener Herkunft werden ultramikroskopisch untersucht. In keinem natürlichen violetten Salz konnten solche Kolloide nachgewiesen werden, wie sie das natürliche blaue Steinsalz aus Staßfurt enthält.

Literatur.

- [1] *Z. Gyulai*, Z. Physik **35**, 441 (1926).
- [2] *T. E. Phipps* u. *W. R. Brode*, J. Phys. Chem. **30**, 507 (1926).
- [3] *M. Savostianova*, Z. Physik **64**, 262 (1930).
- [4] *H. Siedentopf*, Z. Physik **6**, 855 (1905).
- [5] *K. Przibram* u. *M. Belar*, Mitt. d. Inst. f. Radiumf. **157**, 1923; **196**, 1927; **206**, 1927.
- [6] *A. Smakula*, Z. Physik **59**, 603 (1930).
- [7] *E. Mollwo* u. *W. Roos*, Nachr. Götting. Ges. **1/8** (1934).
- [8] *F. Seitz*, Rev. Mod. Phys. **18/3**, 384 (1946).

Über die Bildung von Mikrokristallen auf Kristallflächen bei deren Behandlung mit Po- α -Strahlen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von

Leopold Wieninger und Norbert Adler.

II. Physikalisches Institut der Universität Wien.

Mit 6 Abbildungen.

(Eingelangt am 5. Dezember 1948.)

Im Laufe einer von Herrn Prof. Dr. *K. Przibram* angeregten Arbeit über die Verfärbungserscheinungen an NaCl bei Be-

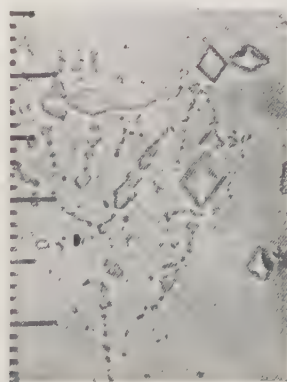
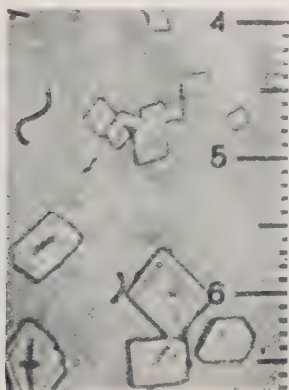


Abb. 1 und 2. Mikrokristalle, aufgewachsen auf NaCl.

Abb. 1.

1 Teilstrich = 2,42 μ .

Abb. 2.

1 Teilstrich = 2,42 μ .

strahlung mit Po- α konnte die Beobachtung gemacht werden, daß die Kristalloberfläche an der Stelle stärkster Verfärbung (Braunfärbung) im Gegensatz zur unverfärbten Kristalloberfläche, die vollkommen blank war, matten, samtartigen Charakter zeigte. Bei der Untersuchung im Mikroskop konnten zahlreiche kleine Kristalle festgestellt werden, die auf der Steinsalzoberfläche aufgewachsen waren (Abb. 1 und 2).

Die weitere Untersuchung im Polarisationsmikroskop ergab, daß die aufgewachsenen Kristalle doppelbrechend sind. Auf Grund zahlreicher Versuche, auf die in einem ausführlichen Bericht näher eingegangen werden soll, konnten die bei Bestrahlung in Luft aufgewachsenen Mikrokristalle als Natriumnitrat identifiziert werden. NaNO_3 kristallisiert trigonal oder rhomboedrisch, der Schmelzpunkt liegt bei $306,8^\circ \text{C}$.

Bei Einwirkung von α -Strahlen auf Luft bildet sich bekanntlich neben Ozon auch Stickstoffdioxyd. Da sich nach *Gmelin* KCl mit NO_2 in Anwesenheit von wenig Wasser in geringem Maße zu KNO_3 , HNO_3 und NOCl umsetzt, ist die Reaktion

zu KNO_3 möglich. Es ist wohl naheliegend, daß eine analoge Reaktion bei NaCl und NO_2 stattfindet, womit die Entstehung des NaNO_3 erklärt werden könnte. Das für die Reaktion notwendige Wasser müßte wohl aus dem Feuchtheitsfilm an der Oberfläche des Kristalls entnommen werden.

Vergleichsversuche mit NaCl-Kristallen in NO_2 -Atmosphäre bestätigen diese Annahme vollständig, da es auch hier zur NaNO_3 -Kristallbildung auf den NaCl-Kristallen kommt.

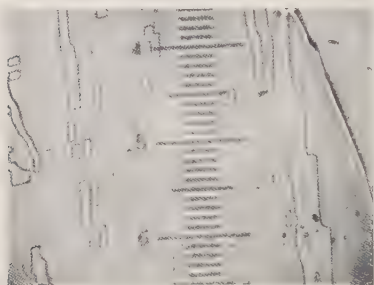


Abb. 3. Mikrokristalle, aufgewachsen auf NaCl (aus der Schmelze).
1 Teilstrich = $2,42 \mu$.

Es tritt nunmehr die Frage auf, ob die Alphabeinstrahlung auch direkt auf die NaNO_3 -Bildung von Einfluß ist. Zur Klärung dieser Frage wurde eine Reihe von Versuchen durchgeführt. Mehrere Kristalle wurden gleichzeitig in einem abgeschlossenen Luftvolumen mit Po bestrahlt und dann die NaNO_3 -Bildung auf den einzelnen Stücken untersucht. Stücke von Hallein, Wilhelms-hall, aus dem Berlepschacht (Staßfurt) und dem Toten Meer zeigten unterschiedlich dichte Kristallbildung. Auch Verschiedenheiten in den Formen konnten festgestellt werden. Kristallstücke obiger Fundorte zeigten bei gleichzeitiger Einwirkung von NO_2 (gewonnen aus $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$) keine wesentlichen Unterschiede in der NaNO_3 -Bildung. Ähnliche Beobachtungen konnten an gepreßten und an ungepreßten Stücken gemacht werden. Erwähnt sei hier noch der Fall besonderer Orientierung der aufgewachsenen NaNO_3 -Kristalle auf einem aus der Schmelze gezogenen NaCl-Kristall (Abb. 3). Die NaNO_3 -Kristalle sind untereinander gleich orientiert. Sie liegen alle senkrecht zur Zugrichtung des aus der Schmelze gezogenen Kristalls.

Mit Kaliumchloridkristallen (aus der Schmelze gezogen) wurden ähnliche Versuche wie mit Steinsalzkrystallen durch-

geführt. Auch hier bilden sich anisotrope Kristalle an der Oberfläche der KCl-Kristalle bei Bestrahlung mit Po- α . Bei den aufgewachsenen Kristallen handelt es sich um KNO_3 (Abb. 4). KNO_3 kristallisiert rhombisch oder trigonal, der Schmelzpunkt liegt bei 334°C .

Neben diesen anisotropen Kristallen des KNO_3 , die ja nach den Ergebnissen bei NaCl zu erwarten waren, konnten aber auch noch isotrope Kristalle beobachtet werden. Sie erscheinen als kleine Pyramiden mit einem gleichseitigen Dreieck als Basisfläche (Abb. 5).

Diese isotropen Kristalle stellen eine für KNO_3 nicht bekannte Kristallform vor. Ihre Zahl ist gegenüber der der normalen Kristalle des KNO_3 klein, es handelt sich nur um einige Prozent. Der Schmelzpunkt der isotropen Kristalle liegt, wie aus Versuchen bisher festgestellt werden

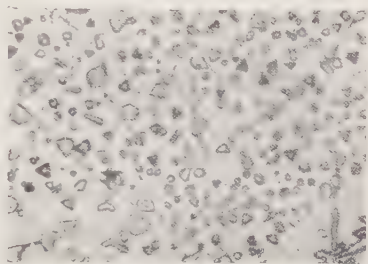


Abb. 4. Mikrokristalle, aufgewachsen auf KCl.

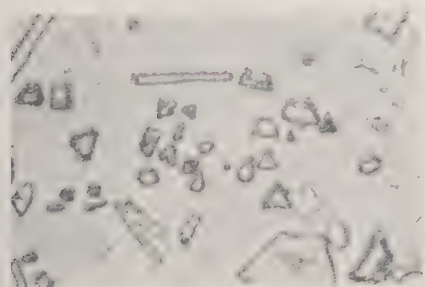


Abb. 5. Mikrokristalle, aufgewachsen auf KCl.

konnte, über 500°C , also weit über dem Schmelzpunkt der bekannten Form des KNO_3 , der 334°C beträgt. Beim Behauchen des Präparates unter dem Mikroskop lösen sich alle aufgewachsenen Kristalle, um dann wieder, wenn auch mit anderer Orientierung, auszukristallisieren. Die genannten isotropen Kristalle verhalten sich bei diesem Versuch ebenso wie die anisotropen Kristalle, die eindeutig der

bekannten Form des KNO_3 entsprechen. Es wurde nun ein mit Po- α bestrahlter KCl-Kristall nach viermonatigem Liegen im Dunkeln wieder untersucht, und es konnte nunmehr im Polarisationsmikroskop festgestellt werden, daß sich die anisotropen Kristalle, die vordem als Rhomboeder und Stäbchen zu sehen waren, in lauter „stumpfwinkelige Dreiecke“ verwandelt hatten. Sie sind wohl als anisotrope „Zerfließfiguren“ anzusprechen (Abb. 6). Die wenigen isotropen Kristalle hatten keinerlei Änderung erfahren. Nach Behauchen der Probe lösen sich alle Kristalle, um dann wieder in den ursprünglichen Formen, wie sie unmittelbar nach der Bestrahlung beobachtet werden konnten, auszukristallisieren (siehe Abb. 4 und 5).

Die Untersuchungen an Kaliumbromidkristallen zeigten ein überraschendes Ergebnis. Es wäre hier wohl mit Recht KNO_3 ,

ein doppelbrechender Kristall, zu erwarten gewesen. Unter dem Mikroskop konnte nach der Bestrahlung mit Po aber nur die schon bei KCl gefundenen isotropen Kristalle beobachtet werden, die in sehr dichter Lage über die verfärbte Fläche hin ohne Orientierung verteilt liegen. Die Schmelzversuche zeitigten das gleiche Ergebnis wie die Versuche an den isotropen Kristallen auf KCl. Nach längerem Liegen in Luft verwandelt sich ein Teil der isotropen Kristalle in doppelbrechende stumpfwinkelige Dreiecke, die nach Behauchen, ohne ihre Gestalt wesentlich zu ändern, wieder als doppelbrechende Kristalle zu sehen sind. Weitere Versuche zur Klärung dieser Erscheinungen sind im Gange.

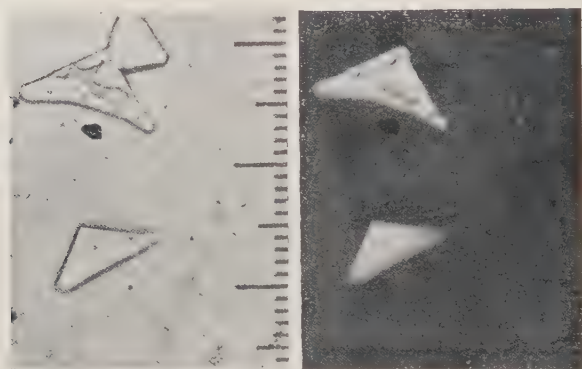


Abb. 6. Zerfließfiguren auf KCl im Polarisationsmikroskop.

Auch bei Bestrahlung von Fluoriten mit Po- α kommt es zu Kristallbildungen. Es handelt sich hier um doppelbrechende Mikrokristalle in Form von Rhomben und Stäbchen. Da aber $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ kubisch, also isotrop ist, bleibt hier noch die Bestimmung der Kristallzusammensetzung offen.

CaCO_3 (Calcit) mit Po- α bestrahlt liefert ebenfalls kleine, doppelbrechende Kristalle. Auch bei diesen Versuchen wäre mit $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$ -Bildung zu rechnen, was aber aus dem gleichen Grunde wie oben wegen der Anisotropie der Kristalle zu einem Widerspruch führt.

Die Versuche an den Fluoriten und am Calcit sind noch in den Anfangsstadien, so daß bei Fortführung dieser Versuche eine Klärung der vorgefundenen Effekte zu erwarten ist.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß zur Herstellung aller aus der Schmelze gewonnenen Kristalle nur reinste Präparate verwendet wurden.

Alle weiteren Einzelheiten über die in dieser vorläufigen Mitteilung erwähnten Versuche werden in einem Bericht nach Abschluß der Arbeiten veröffentlicht werden.

Design Principles of All Purpose Digital Computers.

By

Andrew D. Booth, London.

With 7 figures.

(Received December 10, 1948.)

1. Introduction.

During the past decade there has grown up a vast body of applied mathematical problems whose solution can be obtained only by computation. Typical of these are the boundary value problems of aerodynamics and the various types of stress calculations required for the design of both aeroplane and terrene components. Of more scientific interest there may be cited the problems of X-ray crystallography, of the wave mechanics of molecular and complex atomic structure, of the design of such things as magnetic and optical lens systems, and of course of dynamic astronomy and stellar structure.

Most of the above problems are notable for the fact that their solutions are obtained by methods of successive approximation or at least by procedures which involve the application of a few standard routines a great number of times.

The growth of the science of electronics has led to the possibility of producing calculating elements (i.e. adders, multipliers, etc.) whose speed is very much greater than any hitherto contemplated. For example, the best mechanical desk calculators currently available have multiplication times, for 10 decimal numbers, of around 10 seconds, whereas electronic multipliers have been built which will perform the same operation in 1 millisecond, and it is very probable that this time will be reduced to 100 microseconds in machines at present under construction.

At this point, however, the question may well be asked —is all this speed justified? Clearly, with a neutral reaction time of about $\frac{1}{10}$ second, it is impossible for a human operator even to observe the difference in speeds of elements working faster than this let alone make use of them, and in fact it turns out that about 60 seconds are required to record results of multiplications and set up the next problem on the machine. On

this time scale the 10 second multiplication time seems quite adequate.

The answer is obvious enough after a little thought. If a really high speed arithmetic unit is to be justified, it is necessary to design some unit which will be capable of dictating its operations at comparable speed. Furthermore, since a great part of any calculation is often the recording of intermediate results which are of no individual interest to the operator, it is clearly necessary to have some high speed equivalent of the pencil and paper.

All of the above suggests that a high speed computing machine must contain at least three elements:

- 1) An arithmetic unit
- 2) A control
- 3) A memory,

and two others must evidently be added:

- 4) An input organ
- 5) An output organ,

which enable the machine to be instructed by the operator and to emit the final results of its calculations in a form adapted to human observation.

Even granting the possibility of a machine having these functional units there still exists a legitimate doubt as to its usefulness. This arises from the consideration that if all the operations have to be specified in detail by the human operator at the input of the machine then, apart from the time saved by the internal memory recording intermediate results, little will be gained. The answer to this lies in the observation, made earlier in this introduction, that many calculations entail considerable repetition or iteration, and that, by a suitable choice of the instructions intelligible to the machine, it becomes unnecessary for the operator to repeat in detail various similar parts of the instruction table.

The process of instruction is called coding, and the list of orders intelligible to the machine is called the code. It will not be possible to be more specific than this until an account of the various units of the machine have been given.

2. The Scale of Notation.

Before dealing with the details of the arithmetic unit, it is necessary to discuss the form in which numbers will be available. A consideration of the technical possibilities of electronic elements shows that they generally favour two states "on" and "off"; this leads to the idea that numbers should be represented

in binary, or scale of two form for electronic purposes. Fortunately this is quite an easy and well known process; as an example, teletype equipment can be made to perforate holes in a tape to represent decimal *digits* in binary form, thus:

$$964321: (1001)(0110)(0100)(0011)(0010)(0001)$$

where the units represent a hole in the tape and the zeros an unmodified tape. The above set of binary *groups* does not, however, represent the true binary equivalent of 964321 but only the equivalents of the various digits. This state of affairs can soon be remedied since:

$$964321 = (((((9 \times 10 + 6) \times 10 + 4) \times 10 + 3) \times 10 + 2) \times 10 + 1$$

whence, in true binary form:

$$964321 = (((((1001 \times 1010 + 0110) \times 1010 + 0100) \times \\ \times 1010 + 0011) \times 1010 + 0010) \times 1010 + 0001.$$

The machine, given the binary decimal form, can easily make the conversion to true binary. In a similar manner the reverse process can be performed.

Whilst on the subject of scale of notation it is appropriate to note that the whole of binary arithmetic is given in the operations table:

$0 + 0 = 0$	$0 \times 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$0 \times 1 = 0$
$1 + 1 = 10$	$1 \times 1 = 1$

these six entries compare very favourably with the 110 required for decimal arithmetic. Furthermore, if numbers up to any given maximum are to be recorded, the number of binary digital positions required is always less than that in the decimal scale; for example, in decimal scale to record all numbers up to 999,999 requires 54 indicating positions whereas in binary scale only 20 are needed.

3. Serial versus Parallel Operation.

Partly because one of the earliest memory devices was of an essentially serial nature, and partly for reasons of assumed simplicity a number of machines based on serial operation are at present under construction. In serial operation the digits of any number become available one at a time starting from the least significant, thus the addition of two numbers would appear as:—

	<i>a</i>	01011			
	<i>b</i>	00111	—	00000	<i>c</i> time 0
carry from previous stage		0	✓		
		00101			
		00011	—	00000	time 1
		1			
		00010			
		00001	—	10000	time 2
		1	✓		
		00001			
		00000	—	01000	time 3
		1	✓		
		00000			
		00000	—	00100	time 4
		1	✓		
		0000			
		0000	—	10010	time 5
		0	✓		

Here *a* and *b* are the two numbers whose sum is required and *c* is the partial sum at the time indicated (i.e. the result of all *previous* additions).

In a parallel operation adder, however, all digits of both numbers are available at once and the sum is formed as a whole.

From the engineering point of view it would at first appear that the serial type adder, requiring only one unit, should be the simplest, but when the fact that the two numbers have to be aligned in time is taken into consideration it turns out that, taken as a whole, the parallel operation machine is much more compact.

As it now appears certain that the machines of the future will be parallel in operation, the following discussions will proceed on this basis.

4. The Arithmetic Unit.

Clearly, the central component of this unit will be the adder, and since it is always associated with a storage register, the whole adding apparatus is known by the general name of accumulator (*A*). The output from the memory will also appear in a multidigit register, and for obvious reasons this is called the memory register (*M.R.*). Since, when operating, the memory

register is effectively connected to a given number (in position x say) of the memory, the instruction for addition will read:

$$+M(x) \rightarrow A$$

which reads:—"Add the number contained in memory position (x) via the memory register M into the accumulator A ."

In order to perform subtraction two courses are available. In the first a special subtractor is built into the accumulator, and in the second the complement of the number to be subtracted is added into the accumulator. Almost all of the machines under construction operate with numbers numerically less than unity and in this case a particularly simple scheme is available for taking complements. Working mod.2 a negative number is represented by its complement, thus:

$$-0.1010 = 1.0110.$$

This will never lead to error since the machine has no digital positions to the left of the units column. For example:

$$0.1101 - 0.1010 = 0.1101 + 1.0110 = (1)0.0011,$$

the digit in brackets being lost from the left hand position of the accumulator.

To subtract a number into the accumulator, then, the following procedure is adopted: "Add its digital complement and unity to the extreme right hand digital position." By digital complement is meant the result of turning all 1's into 0's and vice versa. Thus in the above example:

$$0.1101 - 0.1010 = 0.1101 + 1.0101 + 0.0001 = (1)0.0011$$

as before.

The next operation required from the arithmetic unit is multiplication and it is clear that an extra storage register will be necessary. Denoting this by R , the notation for multiplication is:—

$$M(x) \times R \rightarrow cA$$

which means: "Multiply the number contained in memory position (x) by the contents of the register (R) and send the product to the accumulator which has been previously cleared (cA)."

Actually, since the product of two n digit numbers contains $2n$ digits, the accumulator will contain only half of the product and it is convenient to store the other half in the register. This turns out to be very simple because, in the scheme of multiplication adopted, no adding faculty is ever required for the n least significant digits. The whole process of multiplication can be described as follows:

1) Clear the accumulator.

2) If the right hand digit in the register R is 1 add the contents of the memory register into the accumulator, but if the right hand digit of R is 0 do nothing.

3) Shift the contents of A one place to the right, the extreme right hand digit going to the first digital position of R and all other contents of R shifting one place to the right.

In this way the last digital position in R is now occupied by the next to last digit of the multiplier and the whole process of 2) and 3) is repeated until all the digits of the multiplier have been dealt with.

As described above the process will only work for positive numbers, but by a slight extension negative numbers can be handled.

Division can be performed by a set of functional units of the same kind, it is described by the order:

$$A \div M(x) \longrightarrow cR$$

which reads: "Divide the contents of A by the number to be found at $M(x)$ and store the result in the register R . The remainder being left in A ." Here again it is found that a simple iteration suffices:

1)a If $A > M$ subtract M from A .

2)a Shift contents of A and R one place to left placing unity in extreme right hand position in R ,
or

1)b If $A < M$ do nothing.

2)b Shift contents of A and R one place to left placing zero in extreme right hand position in R .

This is repeated n times to give the quotient and, as in the case of multiplication, similar procedures are available for negative numbers.

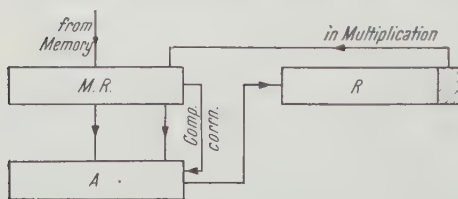


Fig. 1.

It is now possible to give a schematic representation of the contents of the arithmetic unit:

The functions of the various units being as follows:

M.R. Receives data from memory and transmits it either unmodified or in form of digital complement to A . In the latter case unity is added to the least significant digit in A .

- R. Stores a number and can shift it one place to the right or left.
- A. Accumulates totals and can shift its contents one place to the right or left.

5. Round off Procedure.

Since in multiplication the product is of twice the precision of either multiplier or multiplicand it is necessary to round off to the original length. The important thing is that this round off should be statistically unbiased and a detailed examination shows that the rule "add unity to $(n - 1)$ th digit and propagate any carries" satisfies this requirement. Although it might appear, at first sight, that this requires carry facilities in the register R , closer examination shows that this is not the case, as the unit is added to the extreme right hand digit of the accumulator *before* the last right shift.

Again, in division, the quotient will not in general be exact, and since in this case the $(n - 1)$ th digit is unknown it turns out that an unbiased round off rule is "always make the last digit of the quotient unity." Closer examination shows this to have a slightly greater deviation than the multiplication procedure but to be otherwise adequate.

6. The Control.

In order to describe the form of the control it is necessary to make reference to a point which is yet to be discussed, namely the form of the memory. It turns out that the best form of memory is one in which both orders and numbers are stored in the same organ.

When the machine is switched on it is so arranged that the contents of the first position in the memory are transferred to a storage register in the control unit, $C.R.$ It is agreed that the first memory position shall always contain an order and that, in general, so will successive positions. Once the order (in coded numerical form) has reached $C.R.$ it is decoded and executed by the memory and arithmetic unit in concert. For example, in $+M(x) \rightarrow cA$, the memory position (x) is first located and its contents placed in the memory register, then A is cleared and the contents of M added to it, finally the arithmetic unit emits an "operation complete" signal.

The operation complete signal sends the contents of the next memory position in sequence to $C.R.$ and the decoding and execution follow as before.

It is thus seen that the control must contain a counter $C.C.$ whose contents indicate the memory position containing the order currently under execution. The operation complete signal advances this counter one stage.

To the purely arithmetic orders have to be added two others which involve the control itself:

$$C \rightarrow M(x)$$

which signifies that the control is to move out of sequence to the order located in memory position (x) and to continue in sequence from that point.

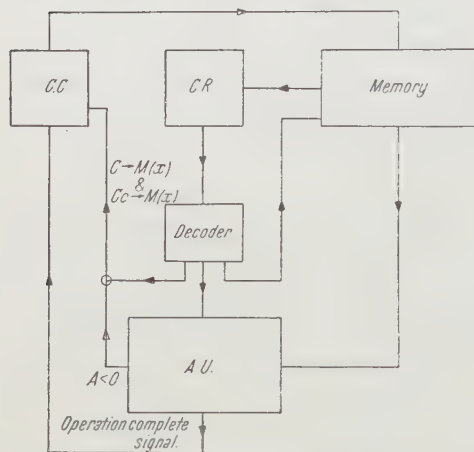


Fig. 2.

$$C_c \rightarrow M(x)$$

which means: "If the contents of $A < 0$ proceed as in $C \rightarrow M(x)$ but if $A \geq 0$ continue in sequence."

From the technical point of view both of these orders are executed by addition into the control counter. A block schematic of the control is given in fig. 2.

7. The Memory.

The memory of a calculating machine is simply the electronic equivalent of the pencil and paper of the human computer and, since electronic memories are somewhat expensive, it follows that the contents should be erasable at will.

Normally two distinct kinds of information have to be stores, orders in coded form, and numerical data for the calculation. Analysis shows that most problems fall into two categories: in the first a few orders operate on a large quantity of data (e.g. in matrix multiplication) and in the second a large number of orders operate on a small amount of initial data (e.g. in the solution of some ordinary differential equations). This shows that it would be unsound to keep two separate and independent memories, one for orders and the other for numbers, so in all projected machines a single memory is used and a

counter system (such as that described in § 6) is used to locate orders.

Three general types of memory are available:

- 1) Dynamic Linear
- 2) Static Linear
- 3) Static Areal.

In the first type the numerical data passes a fixed reading station at a uniform rate and with a fixed cycling time. For example, in the delay line memory [1]

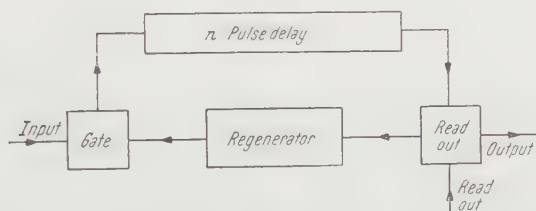


Fig. 3.

the data, in pulse form, is sent through an electrical system which delays it for the pulse time of one cycle and then feeds it back into the input of the device. To replace old data with new an input gate is provided (fig. 3) which suppresses the cycle of old data and inserts new in its place. Similarly a read out gate enables data to be emitted from the system, in general, emission of data does not remove it from the memory. The disadvantage of this system lies in the fact that any circuit fault causes the complete loss of data.

A better scheme is the following, in which data is stored statically on a device which rotates past a reading and emitting station as shown in fig. 4.

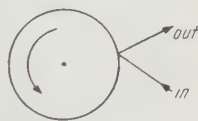


Fig. 4.

With this type of device [2] no regeneration of data is necessary and the problem of synchronising the transmission rates, which is very troublesome in delay line memories, is absent. Other advantages lie in the fact that, using magnetic media for the storage of fig. 4, a memory for 256, 32 binary numbers occupies only a few cubic inches and it is quite light (16 lbs.) whereas using the mercury delay line realisation of fig. 3 the weight alone, for an equivalent capacity, is well in excess of one ton!

The static linear type memory has not been realised physically but would depend on the following principle:

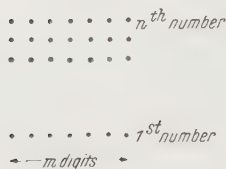


Fig. 5.

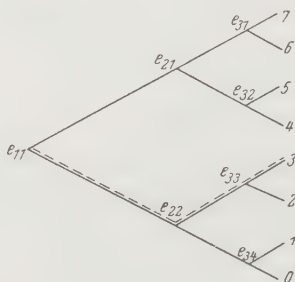


Fig. 6.

To remember 12 numbers each of n digits the array shown in fig. 5 would be needed. To read out of or in to any position requires a decoding apparatus such as that shown in fig. 6. The position required is set up on the element e_{rs} in binary coded form, thus for position $3 = (011)$, e_{11} would be conducting downwards, e_{21} and e_{22} conducting upwards (thus establishing a unique path to e_{33}) and e_{31} , e_{32} , e_{33} , e_{34} upwards, ending at position 3. It is easily seen that for n outputs this device requires a decoder having $(n-1)$ switch points e_{rs} .

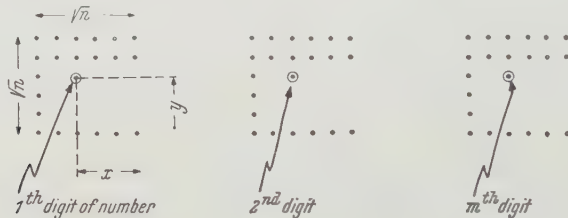


Fig. 7.

With the dynamic linear type of memory, however, a binary counter is all that is required together with some device to sense when its contents agree with the binary representation of the required memory position. When agreement is reached a signal is emitted which either opens the output gates of all the digits or alternatively opens input gates to store data at the given position.

The counter will have only $\log n / \log 2$ elements and is thus much more economical than the decoding table.

Static areal type memories are of the type shown in fig. 7.

For the n digits there are m arrays and one digit is stored on each. To locate the digits of a given number the input or

output mechanism is switched to the (x, y) th position of each array. Each coordinate axis will, of course, require a decoding tree, but these will have only $2(|n-1)$ outputs between them instead of $(n-1)$ for the linear array.

Memories of this type have been realised by *F. C. Williams* [3] and *Raijkmann*, the latter incorporating an ingenious decoding tree.

8. The Size of the Memory and of Numbers.

It is a trivial observation that the memory *should* contain an infinite number of numbers of infinite precision; since this is of course impossible it remains to decide the optimum compromise.

As a result of considerable experience on the preparation of problems for computation the following generalisations appear justifiable.

The precision of numbers should increase as the inverse square root of the multiplication time and for a multiplication of 100 to 1000 microseconds 10 12 decimal (32-40 binary) places should be available.

The number of numbers contained in memory should vary inversely as the multiplication time with a minimum of 1000 numbers.

High precision of numbers is dictated by the fact that round off errors accumulate with multiplication and division.

9. The Input and Output.

The primary input must obviously be some form of typewriter. In fact standard teletype equipment seems quite adequate and is used in a number of the machines now under construction. With a maximum speed of about 40 binary digits/sec. teletype is definitely too slow for direct input to the high speed memory and it is proposed to transfer from the teletype tape to a magnetic wire or tape which can be run at 40,000 binary digits/sec. This medium also provides a convenient store for tables required by the machine.

A similar situation obtains with respect to the output and it is proposed to go from the high speed memory to a magnetic wire or tape and thence, at leisure, to a standard teleprinter.

10. The Code.

In a short paper of this type it is impossible to detail the complete repertoire of orders intelligible to the machine. To make clear the general mode of procedure it is proposed to enumerate a few of the more important orders and show how these can be used in a simple problem.

The orders required are:

Symbol	Interpretation
$\vdash M(x) \rightarrow cA$	Clear A and add contents of $M(x)$ into it.
$-M(x) \rightarrow A$	Subtract contents of $M(x)$ from A .
$R \rightarrow cA$	Transfer the contents of R to the cleared accumulator.
$A \div M(x) \rightarrow cR$	Divide A by $M(x)$ and store result in R .
$R(N)$	Shift the contents of A , N places to the right (i.e. divide A by 2^N).
$A \rightarrow M(x)$	Send the contents of A to the memory position (x) .
$C_c \rightarrow M(x)$	If contents of $A < 0$ transfer control to order located at $M(x)$.
$C \rightarrow M(x)$	Transfer control to order located at $M(x)$.
$A \rightarrow T$	Print contents of A .

As an example of the use of these orders they will be used to evaluate \sqrt{a} . A simple iteration is:

$$x_{n+1} = 1/2(x_n + a/x_n).$$

Since the machine operates only with numbers < 1 this is better written:

$$x_{n+1} = x_n + 1/2(a/x_n - x_n)$$

since both halves of the right hand side are less than unity. It can be shown that $x_{n+1} < x_n$ and use will be made of this fact in ending the calculation since, when no change occurs between two approximations the process is complete. The following table shows the data inserted into the memory and its subsequent disposal.

Memory position	Order or data
1	$\vdash M(12) \rightarrow cA$ a
2	$A \div M(13) \rightarrow cR$ a/x_n
3	$R \rightarrow cA$ a/x_n
4	$-M(13) \rightarrow A$ $a/x_n - x_n$
5	$R(1)$ $1/2(a/x_n - x_n) (= x_{n+1} - x_n)$
6	$C_c, C \rightarrow M(9)$ If $(x_{n+1} - x_n) < 0$ perform another iteration
7	$\vdash M(13) \rightarrow A$ $(x_{n+1} - x_n) = 0$ $x_n + 1/2(a/x_n - x_n) = \sqrt{a}$
8	$A \rightarrow T$ Print \sqrt{a}

Memory position	Order or data	
9	$\vdash M(13) \rightarrow A$	$(x_{n+1} - x_n) < 0$ $x_n \vdash \frac{1}{2}(a/x_n - x_n) = x_{n+1}$
10	$A \rightarrow M(13)$	Change x_n into x_{n+1}
11	$C \rightarrow M(1)$	Start new cycle
12	a	Storage space for a
13	x_n	Storage space for 1st approximation

Thus using only 13 memory positions it is possible to arrange for the machine to extract a square root. It should be noted that at no time does the operator have any knowledge of the precise number of iterations which the machine will make or has made, and to this extent the device is exhibiting independent judgement.

11. Conclusion.

The above treatment has attempted to show how an all purpose calculator can be designed, and the logical principles upon which its action depends. It must be admitted that only outlines have been possible, but it is hoped that these will give sufficient background to make intelligible the more specific reports which will be appearing from numerous laboratories in the near future.

References.

- [1] *M. V. Wilkes*, *Electronic Engineering* **208**, 20 (1948).
- [2] *A. D. Booth*, "General Considerations in the Design of Electronic Computers," Princeton (1947).
- [3] *F. C. Williams*, *1. E. E. Journal* (in press).

Über eine Wiederholung des Oersted'schen Versuches, wobei an Stelle einer Magnetsnadel metallische Probekörper von sechs Freiheitsgraden verwendet werden.

Von

J. A. Schedling.

I. Physikalisches Institut der Universität Wien.

Mit 11 Abbildungen.

(Eingelangt am 20. Februar 1949.)

Zusammenfassung.

Nach einem historischen Überblick im Zusammenhang mit dem Oersted'schen Versuch werden die Bewegungen von in Luft und Stickstoff suspendierten Metallteilchen der Größenordnung von 10^{-3} bis 10^{-5} cm im magnetischen Feld eines gleichstromdurchflossenen Leiters untersucht. Es wird gezeigt, daß die Bewegungen solcher Teilchen unabhängig von der Lichtrichtung so verlaufen, wie dies die Theorie für einzelne magnetische Nord- oder Südpole vorsieht. Die Untersuchungen ergeben, daß die Bahnen vieler der Probekörper Schraubenlinien hoher Regelmäßigkeit sind, deren Schraubungssinn bei Kommutation des magnetischen Feldes erhalten bleibt. Ferner wird ein Experiment beschrieben, dessen Resultate zeigen, daß die Bewegungen der Probekörper nicht auf die Wirkung einer körperfesten Kraft in Richtung der Dipolachse und auf die Annahme, alle beobachteten Probekörper seien Dipole, zurückgeführt werden können.

Einleitung.

Das Oersted'sche Experiment stellt ebenso wie die Versuche Ohms und die Experimente Faradays einen Grundpfeiler der modernen Anschauung über das Wesen der Elektrizität dar. Es möge dem Verfasser gestattet sein, vor der Beschreibung seiner eigenen Untersuchungen auf die historische Entwicklung im Zusammenhang mit diesem Experiment etwas weitläufiger einzugehen, als dies sonst üblich ist, da das Studium der Originalliteratur aus jener Periode recht interessante Einzelheiten liefert, die heute bereits vielfach in Vergessenheit geraten sind.

Schon im Sommer des Jahres 1820 erreichten die ersten Berichte über die Versuche Hans Christian Oersted's die französische Metropole, die wahre Geburtsstunde der modernen Elektrodynamik aber schlug an jenem 11. September 1820, an dem der damals 34jährige François Arago vor der französischen Akademie der Wissenschaften die Versuche Oersted's, die er in Genf bei De La Rive kennengelernt hatte, demonstrierte¹⁾. Zeitgenössische Schilderungen dieser historischen Sitzungen liegen nicht mehr vor, die Experimente müssen jedoch außerordentlichen Eindruck auf die versammelten Forscher, und besonders auf einen von ihnen, Ampère, ge-

¹⁾ Boisgiraud, Gilb. Ann. 7 (2) 164 (1821).

macht haben; dies beweisen die Protokolle und Sitzungsberichte der nächsten Akademiesitzungen. *André-Marie Ampère*, bis dahin wenig bekannt und erst kurz vorher auf Grund seiner mathematischen Arbeiten aus der Provinz nach Paris berufen, entwickelt schon in der Sitzung vom 18. September 1820 seine Ideen und experimentellen Vorschläge. So rasch baut *Ampère* sein Gedankengebäude auf, daß er in den ersten Sitzungen immer und immer wieder darauf hinweisen muß, daß er „... leider noch nicht imstande war, die entsprechenden Experimente auszuführen ...“ und daß er bemüht sein werde, „... in den nächsten Sitzungen dieses oder jenes als Nachtrag auch durch Experimente zu demonstrieren“. Es gibt in den nächsten vier Monaten kaum eine Sitzung der Akademie, in der *Ampère* nicht das Wort ergreift. Neben ihm, manchmal etwas vor, oft aber weit hinter ihm, sondieren Männer wie *Arago*, *Biot*, der durch seine akustischen Untersuchungen bekannte *Savart*, *Boisgiraud* und zahlreiche andere diese Terra incognita. In England ist es Dr. *Wollaston*, der sich vergeblich bemüht, in Sir *Humphry Davys* chemischem Laboratorium gewisse Versuche durchzuführen, die dann dem jungen *Michael Faraday* ein Jahr später gelingen. In Genf experimentiert *De La Rive* der Ältere, in Halle an der Saale baut *Schweigger* noch 1820 den ersten Multiplikator, in Berlin konstruiert, von ihm unabhängig, der junge *Poggendorff* ein ähnliches Instrument.

Was bewirkte nun die intensive Anteilnahme der führenden europäischen Naturwissenschaftler an dem Experiment des bescheidenen Kopenhagener Professors?

Die Verwendung der Kompaßnadel als Richtungsweiser lange vor Beginn unserer Zeitrechnung ist historisch verbürgt, benützten doch schon die alten chinesischen Fürsten auf ihren Reisen durch die asiatischen Steppen den magnetischen Wagen, dessen Gallionsfigur mit ausgestreckter Hand stets nach Süden wies²⁾.

Durch das ganze Mittelalter hindurch spielt die rätselhafte, dem Eisen eigene Erscheinung eine bedeutende Rolle, und wenn *Luigi Galvani* die von ihm gefundene elektrische Erscheinung als Ausfluß „tierischen Magnetismus“ anspricht, so gestattet dies einen tiefen Einblick in die Einstellung des 18. Jahrhunderts.

Es würde zu weit führen, im einzelnen die Entwicklung zu verfolgen, die dazu führte, daß das Interesse an der Elektrizität um die Mitte des 18. Jahrhunderts rasch zu wachsen begann. Die „Erfindung“ des Grafen *Alessandro Volta*, die „Säule“, zusammengesetzt aus Kupfer, schwefelsäuregetränktem Filz und Zink, bot plötzlich die Möglichkeit zu einer Fülle von elektrischen Experimenten. Diese Säule barg eine Energie, in ihr war das sonst so flüchtige elektrische Fluidum konzentriert, sie lieferte das, was *Volta* bereits „courant électrique“³⁾ nannte, ohne daß sich diese Bezeichnung jedoch zunächst durchgesetzt hätte.

Die Frage nach den Zusammenhängen zwischen Elektrizität und Magnetismus gewann zwischen 1790 und 1805 auf Grund von beobachteten Störungen an Kompaßnadeln während eines Gewitters⁴⁾ immer mehr an Bedeutung, und *Oersted* veröffentlichte schon vor dem Jahre 1807 eine Ankündigung, daß er „Untersuchungen über die Wechselwirkung zwischen Elektrizität und Magnetismus“ anstellen werde. Die ersten Versuche, Zusammenhänge zwischen den beiden Gebieten herzustellen, zeigen, wie sehr die Elektrostatik das Denken der damaligen Naturforscher beherrschte. Ein unbekannter, aber in der damaligen Literatur häufig zitierter Experimentator hing die „kräftige“ Säule mit offenen Polen an einem Seidenfaden im Raume frei drehbar auf und untersuchte, ob sie sich vielleicht in den

²⁾ Vgl. A. v. *Humboldt*, Kosmos, 4. Band, Anmerkungen.

³⁾ A. *Volta*, Philosophical Transactions 83 (1793).

⁴⁾ *Arago* berichtet 1819 in L'Annuaire du Bureau des Longitudes ausführlich über die Blitzeinwirkung auf die Magnetonadel.

magnetischen Meridian einstellen würde. *Mojon*, ein Chemiker in Genua um das Jahr 1804, verband die beiden Pole eines *Voltas*chen Apparates mit einer Kette von Stahlnadeln und untersuchte dann deren magnetischen Zustand. Aus all diesen Versuchen geht hervor, daß der *Voltas*che *courant électrique* eben noch kein wirklicher Begriff, kein existierendes und wirkendes Etwas für die Physiker jener Zeit war, sondern nur eine Bezeichnung, die nicht einmal allgemein geläufig war. Man darf allerdings nicht übersehen, daß die Verlockungen zur Annahme einer magnetischen Wirkung der statischen Elektrizität wohl durch die Gleichartigkeit des Kraftgesetzes für elektrische Ladungen und magnetische Pole, wie es für letztere durch *Charles Augustin Coulomb* gefunden worden war, eine außerordentlich große war.

Was immer auch für Versuche noch vor dem Winter 1819/1820 in dieser Richtung angestellt worden sein mögen — *Erman* aus Berlin deutet in der in der Folge entstehenden Diskussion einmal an, daß *Oersteds* Ergebnisse wohl schon vor *Oersted* andernorts bekannt gewesen seien —, es ist und bleibt *Oersteds* Verdienst⁵⁾, an der flüchtigen Erscheinung der Reaktion einer Magnetnadel nach dem Schließen eines elektrischen Stromkreises während einer der vielen Vorlesungen, die er so gerne hielt, nicht vorübergegangen zu sein, sondern sie zum Gegenstand einer ausführlichen Untersuchung gemacht zu haben.

In der knappen, lateinisch geschriebenen Abhandlung vom 21. Juli 1820, betitelt „*Experimenta circa Effectum Conflictus Electrici in Acum Magneticam*“⁶⁾, teilte *Oersted* die Ergebnisse seiner Untersuchungen mit.

Seine gesamte Arbeit zeigt den Kampf mit einer grundsätzlichen Schwierigkeit. Es fehlt ihm vor allem begrifflich und auch terminologisch das, was *Volta* „*courant électrique*“ nannte. In einem kurzen Satz in der Einleitung der zitierten Arbeit *Oersteds* kommt dies besonders klar zum Vorschein, wenn er sagt: „... Ich werde der Kürze halber die Wirkung, welche in diesem verbindenden Leiter und um denselben herum vor sich geht, mit dem Namen elektrischer Konflikt (*conflictus*) bezeichnen...“. Wie ein roter Faden zieht sich diese Verquickung „Strom im Leiter“, „Magnetisches Feld um den Leiter“ durch die ganze *Oersteds*che Arbeit, wie dies am deutlichsten die von *Gilbert* recht beanstandete Bemerkung am Schlusse der Veröffentlichung hinsichtlich der Schneckenlinie oder Spirale zeigt.

Betrachten wir nun *Oersteds* Ergebnisse, wie er sie selbst beschreibt:

„Ein geradliniges Stück Draht, über einer gewöhnlichen, frei sich bewegenden Magnetnadel so aufgespannt, daß der Draht der Nadel parallel ist und mit den Polen eines galvanischen Apparates verbunden ist, bewirkt, daß die Magnetnadel in Bewegung kommt, und zwar so, daß sie unter dem vom negativen Ende des galvanischen Apparates herkommenden Teil des Drahtes nach Westen zu weicht.“

Die Abweichungswinkel nehmen ab, wie die Entfernungen Draht—Nadel zunehmen.

Der verbindende Draht wirkt durch Glas, Metalle, Holz, Wasser usw. auf die Magnetnadel.

„... Daß der Wirkung Durchgang durch all diese Materialien bei Elektrizität und Magnetismus bisher noch nicht ist beobachtet worden, brauche ich kaum zu bemerken...“, meint *Oersted*, und folgernd fährt er fort: „... die Wirkungen, welche in dem elektrischen Konflikt stattfinden, sind also von den Wirkungen der einen oder der anderen elektrischen Kraft gänzlich verschieden...“

⁵⁾ *Ph. Lenard*, Große Naturforscher, J. F. Lehmanns Verlag, München 1930.

⁶⁾ Eine deutsche Übersetzung findet sich in der Fassung von *Gilbert* in *Ostwalds Klassikern*, Bd. 63. Vgl. auch *H. Chr. Oersted* und *Th. J. Seebeck*, „Zur Entdeckung des Elektromagnetismus“ (1820/21), herausgegeben von *A. J. v. Oethingen*.

Nachdem er nun noch eine Reihe weiterer Versuche aufzählt, faßt er schließlich zusammen: „... Eine Nadel aus Messing, aufgehängt nach Art der Magneten, ebenso wie eine Nadel aus Glas oder Gummi-Lack, kommt durch die Wirkung des verbindenden Drahtes nicht in Bewegung. Aus all diesem lassen sich einige Momente zur Erklärung dieser Erscheinung ableiten. Der elektrische Konflikt vermag nur auf die magnetischen Teile der Materie zu wirken. Alle nicht magnetischen Körper scheinen für den elektrischen Konflikt durchgängig zu sein, die magnetischen Körper dagegen, oder vielmehr ihre magnetischen Teilchen, dem Hindurchgehen dieses Konfliktes zu widerstehen... weitere Beobachtungen zeigen, daß der elektrische Konflikt nicht in dem leitenden Draht eingeschlossen, sondern, wie gesagt, zugleich in dem umgebenden Raum ziemlich weithin verbreitet ist. Es läßt sich ferner aus ihnen schließen, daß dieser Konflikt in Kreisen fortgehe, denn es scheint ohne diese Annahme nicht zu begreifen zu sein, wie der gleiche Teil des verbindenden Drahtes unter dem Pol einer Nadel diese nach Osten und über den Pol gestellt diese nach Westen treibt. Es scheint außerdem noch, es müsse die Kreisbewegung, verbunden mit der fortschreitenden Bewegung nach der Länge des Leiters, eine Schneckenlinie oder Spirale beschreiben...“

Es ist *Ampère*, der, bevor er noch in seiner Zusammenfassung auf Experimente und Ergebnisse eingeht, die begrifflichen Schwierigkeiten erkennt und beseitigt. „Die elektromotorische Wirkung zeigt sich in zwei Arten der Effekte, die, wie ich glaube, zuerst durch eine präzise Definition zu trennen sind — ich nenne den ersten Effekt elektrischen Strom, den zweiten elektrische Spannung“⁷⁾.

Ampères Arbeiten sind heute noch so lebendig und seine Ergebnisse in jedem Lehrbuch der Physik zu finden, daß es daher genügen möge, den Stand der Erkenntnisse etwa um das Jahr 1822/23 gedrängt zu skizzieren.

1. Der Unterschied zwischen ruhender Elektrizität, der elektrischen Ladung und dem elektrischem Strom ist experimentell klar herausgearbeitet. Während sich gleichartige elektrische Ladungen abstoßen, ziehen sich zwei gleichsinnig vom elektrischen Strom durchflossene Drähte an (*Ampère*).

2. Es ist der elektrische Strom, der von einer magnetischen Wirkung in seiner Umgebung begleitet ist, der auf die magnetische Materie wirkt, und nicht die magnetische Materie, die etwa eine Polarisierung des magnetischen Fluidums im verbindenden Draht hervorruft (*Arago* und *Davy*). Alle Leiter des Stromes werden temporär magnetisch (*Biot*).

3. Eine kreisförmig gewundene stromdurchflossene Drahtschleife ersetzt in ihrer Wirkung nach außen einen natürlichen Magneten — es ist daher jeder natürliche Magnet in seiner Wirkung nach außen durch elektrische Kreisströme in seinem Inneren, normal zu der Achse Nordpol—Südpol fließend gedacht, zu ersetzen (*Ampère-Weber*).

4. Das Kraftgesetz zwischen Pol und Draht ist bekannt (*Biot-Savart-Laplace*), es weicht in seiner Art grundsätzlich von den bekannten Kraftgesetzen *Newton-Coulomb* ab, da die resultierende Kraft nicht in der Verbindungslinie von Pol und Draht liegt, sondern auf dieser senkrecht steht.

Daß diese Fülle von Tatsachen und Theorien von den Zeitgenossen nicht widerspruchlos hingenommen wurde, ist fast selbstverständlich — *Prechtl*⁸⁾ in Wien, *Erman*⁸⁾ in Berlin und noch andere treten dem *Ampère*-schen Konzept gerade hinsichtlich der elementaren Kreisströme scharf entgegen. Die interessanteste Stellungnahme stammt aber von *M. Faraday*⁹⁾, der damals eifrig bemüht war, die dem Dr. *Wollaston* mißglückten Versuche

⁷⁾ Recueil d'observation électrodynamique, Paris, Crochard, p. 3 (1822).

⁸⁾ Vgl. *Gilb. Ann.* 7 (2) (1821) und die nachfolgenden Bände.

⁹⁾ *M. Faraday*, Brief an *G. De La Rive* vom 21. September 1821.

bezüglich der Rotation des Magnetpoles um den stromdurchflossenen Draht nachzumachen. *Faraday*, der rund 25 Jahre später einmal von *Oersteds* Entdeckung sagte: „Sie hat die Tore zu einem wissenschaftlichen Reich gesprengt, das bis dahin in tiefem Dunkel lag, und hat es mit einer Flut von Licht erfüllt“, schrieb am 12. September 1821 in bezug auf das *Oersted*-sche Experiment und die Arbeiten *Ampères* in einem Brief an *De La Rive*: „Ich betrachte alle gewöhnlichen Anziehungen und Abstoßungen der Magnetnadel durch den Leitungsdraht als Täuschungen. Die Bewegungen sind in der Tat weder Anziehungen noch Abstoßungen noch auch die Wirkungen von irgendwelchen anziehenden oder abstoßenden Kräften, sie sind vielmehr die Wirkungen einer Kraft im Draht, welche, anstatt den Pol der Nadel dem Draht näher zu bringen oder ihn von demselben zu entfernen, vielmehr ihn in einem niemals endenden Zirkel um den Draht zu bewegen strebt, solange die Batterie tätig ist. Es ist mir gelungen, das Vorhandensein dieser Bewegung nicht nur theoretisch, sondern auch experimentell zu zeigen, und ich habe es erreicht, nach Gefallen den Draht sich um den Pol oder einen magnetischen Pol sich um einen Draht drehen zu lassen...“, und er fährt in dem gleichen Brief etwas später fort: „... ich denke, mit meinen Experimenten somit die Analogie zwischen dem Spiraldraht und dem gewöhnlichen Magnetstab nachdrücklicher als früher gezeigt zu haben. Und doch habe ich mich keineswegs dafür entschieden, daß im gewöhnlichen Magnet elektrische Ströme vorhanden sind. Ich hege keine Zweifel, daß die Elektrizität die Kreise des Spiraldrahtes in denselben Zustand versetzt, wie man sich die Kreise im Magnetstab vorstellen kann, aber ich bin nicht sicher, ob dieser Zustand direkt von der Elektrizität abhängt oder ob er nicht durch andere Kräfte hervorgebracht werden kann, und darum werde ich über *Ampères* Theorie im Zweifel bleiben, bis das Vorhandensein von elektrischen Strömen im Magnet durch andere als magnetische Wirkungen nachgewiesen ist.“

Experimente, die damals zu dem Zwecke angestellt wurden, die Wirkung des „elektrischen Konfliktes“ auf magnetische Materie zu studieren, wurden mit Magnetnadeln oder Eisenfeilspänen als Indikatoren durchgeführt. Diese weisen einen gemeinsamen Mangel auf: sie besitzen nur einen beschränkten Grad der Bewegungsfreiheit. Es ist nun der Zweck der nachfolgend beschriebenen Experimente, diese Untersuchungen mit Prüfkörpern von sechs Freiheitsgraden zu wiederholen und mit heutigen Mitteln die *Oersted*-schen Untersuchungen nochmals durchzuführen.

F. Ehrenhaft hat in zahlreichen Arbeiten¹⁰⁾ gezeigt, daß verschiedene Metalle in pulverisiertem oder auch in zerstäubtem Zustand, wenn sie in einem Gas, z. B. Luft, suspendiert sind, in homogenen magnetischen Feldern bei gleichzeitiger Beleuchtung durch konzentriertes Licht¹¹⁾ Bewegungen in und gegen die Feldrichtung zeigen und diese umkehren, wenn die Richtung des magnetischen Feldes umgekehrt wird. *Ehrenhaft*

¹⁰⁾ *F. Ehrenhaft*, Ann. Physique, 11^e Série, Tome 13, Mars-Avril 1940; Journal of Franklin Institute 233, No. 3, March 1942.

¹¹⁾ In anderen Versuchen konnte *F. Ehrenhaft* nachweisen, daß Bewegungen solcher Metallteilchen auch in diffusum Licht und auch bei vollständiger Abblendung des beleuchtenden Lichtstrahles auftreten. Hinsichtlich der Ladung im Dunkeln vgl. *F. Ehrenhaft*, Science 96, 228—229 (1942).

nannte diese Erscheinung Magnetophotophorese und interpretierte die auftretenden Bewegungen als Folgen der Kraft, die durch das homogene Feld auf die betrachtete Partikel, der er einen magnetischen Ladungsüberschuß im Sinne der *Maxwell*-schen Begriffsbildung¹²⁾ zuordnet, ausgeübt wird. Dem Licht schreibt *Ehrenhaft* dabei eine magnetisierende Wirkung zu, wie dies bereits auch von *Morichini*¹³⁾ und *Baumgartner*¹⁴⁾ getan wurde.

Wir werden in den nachfolgend beschriebenen Experimenten solche in Luft und anderen Gasen suspendierte Metallteilchen verwenden und haben nach den *Ehrenhaft*-schen Ergebnissen zu erwarten, daß bei passend gewählten Versuchsbedingungen reversible Bewegungen im magnetischen Feld des stromdurchflossenen Leiters auftreten. Aus sprachökonomischen Gründen werden wir in Zukunft in dieser Arbeit sinngemäß Ausdrücke wie „einzelner Nordpol“, „Südpol“ usw. verwenden¹⁵⁾, wobei hier jedoch ausdrücklich bemerkt sei, daß es sich bei dieser Nomenklatur zunächst um eine „als ob“-Nomenklatur handelt. Wir werden daher durchaus ein Eisenteilchen, das sich im homogenen magnetischen Feld in Richtung auf den Südpol zu bewegt und sich also verhält, als ob es ein Nordpol wäre, als Nordpol ansprechen. Wir werden jedoch andererseits hinsichtlich der Anordnung der Versuche besondere Rücksicht darauf nehmen, neue Gesichtspunkte zu gewinnen, ob es sich nun tatsächlich nur um ein „als ob“-Verhalten handelt oder ob die Teilchen als Träger „magnetischer“ Ladungen anzusehen sind.

Die Wiederholung des *Oerstedschen* Experimentes ist daher nicht nur als Wiederholung eines klassischen Experimentes mit empfindlichen Mitteln interessant, sondern sie bietet infolge des speziellen Aufbaues der magnetischen Felder neue Möglichkeiten, die Bewegungsvorgänge der Materieteilchen in diesen Feldern zu studieren.

Die experimentelle Anordnung.

Die Anordnung zur Untersuchung des Verhaltens kleiner Metallpartikeln in der Umgebung eines gleichstromdurchflossenen Leiters¹⁶⁾ wurde in vieler Beziehung aus der bekannten *Ehrenhaft-Millikanschen* Anordnung¹⁷⁾ zur Bestimmung der elektrischen Ladung einzelner Probekörper heraus entwickelt.

¹²⁾ *J. C. Maxwell*, Elektrizität und Magnetismus 1, 48 (Springer 1883).

¹³⁾ *Morichini*, *Gilb. Ann.* 43, 212 (1813).

¹⁴⁾ *Baumgartner*, *Z. Physik u. Math.* 1, 263 (1826).

¹⁵⁾ *E. Reeger*, *Z. Physik* 71 (9—10) 646 (1931).

¹⁶⁾ *J. A. Schedling*, *C. R.* 227, 470 (1948).

¹⁷⁾ *F. Ehrenhaft*, *Wiener Akad. Anz.*, 21. 4. 1910, vgl. *The Micro Coulomb Experiment*, *Philosophy of Science* 8, No. 3, July 1941.

Sie besteht, wie alle diese Anordnungen, aus einer allseitig luftdicht abgeschlossenen Beobachtungskammer, die durch einen horizontalen Lichtstrahl beleuchtet wird. Senkrecht zu diesem Lichtstrahl und gleichfalls horizontal ist ein Beobachtungsmikroskop angeordnet, mit dessen Hilfe man das Verhalten der durch das gestreute Licht sichtbar gemachten Partikeln im Dunkelfeld verfolgen kann.

Während im Falle der elektrischen Ladungsmessungen der Beobachtungsraum durch zwei horizontale Metallflächen, die Kondensatorplatten, begrenzt wird, gestattet es die hier vorliegende Aufgabestellung, auch an Stelle dieser sonst undurchsichtigen Begrenzungsflächen optisch durchsichtiges Material zu verwenden und z. B. die Deckfläche des Raumes ebenso wie seine Seitenflächen aus Glas auszuführen. Ordnen wir ein zweites Mikroskop mit vertikaler Achse senkrecht über dem Beobachtungsraum an, so sehen wir auch in diesem die Probekörper wieder im Dunkelfeld der bereits erwähnten Beleuchtung.

Diese Möglichkeit einer gleichzeitigen Doppelbeobachtung der Probekörper durch zwei Beobachter, sowohl in der horizontalen als auch in der vertikalen Ebene, stellt eine ausichtsreiche Weiterentwicklung der ursprünglichen Beobachtungsmethode dar, da es nun möglich ist, Aussagen über die räumliche Bewegung der Probekörper mit größerer Sicherheit als bisher zu machen. Wie die Erfahrungen zeigten, gelingt es eingearbeiteten Beobachtern rasch, das gleiche Teilchen in beiden Mikroskopen aufzufinden und gemeinsam sein Verhalten zu untersuchen.

Der für die Untersuchungen erforderliche stromdurchflossene Leiter wurde zunächst in Form eines vertikalen Kupferdrahtes von 2—3 mm Durchmesser im Zentrum des Beobachtungsraumes durch diesen hindurchgeführt. Die durch den Stromdurchgang und mehr noch durch die Beleuchtung erfolgende Erwärmung des Leiters verursacht relativ rasch sehr störende Strömungen im Beobachtungsraum, so daß für die endgültige Ausführung der Anordnung der Leiter schließlich an der Außenseite des Raumes vorgesehen wurde. Die verwendeten Stromstärken liegen zwischen 0 und 20 A, der Spannungsabfall am Leiter von etwa 10 cm Länge liegt in der Größenordnung von 10 mV.

Wie wir später sehen werden, lassen sich die Beobachtungsmöglichkeiten einer solchen Anordnung noch wesentlich erweitern, wenn man zwei Leiter verwendet, einen vertikal in der Verlängerung der optischen Achse des horizontalen Mikroskops, den anderen ebenfalls vertikal in der Achse des Lichtstrahles.

Die Abb. 1 zeigt schematisch den Aufbau der Anordnung; die dort enthaltenen Bezeichnungen hinsichtlich der Beobachter und der stromführenden Leiter werden in Zukunft beibehalten werden. Die Abb. 2 zeigt einen maßstäblichen Schnitt durch den Beobachtungsraum in der Ebene der horizontalen Achse des Mikroskops I und des Leiters A.

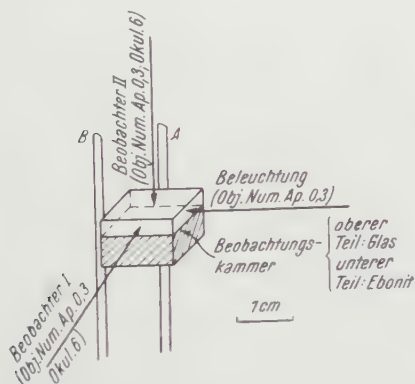


Abb. 1.

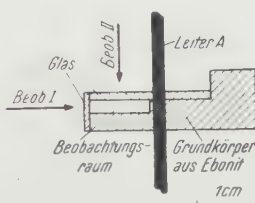


Abb. 2.

Der Aufbau der Beleuchtungseinrichtung — als Lichtquelle diente entweder eine gleichstromgespeiste Kohlenbogenlampe oder fallweise eine Glühlampe vergleichbarer Leistung — entspricht in seinen Grundzügen der bekannten Anordnung von *Siedentopf* und *Zsigmondy*¹⁸⁾.

Die Herstellung der Probekörper erfolgt durch Zerstäubung von Eisen oder Silberstahl im elektrischen Bogen (2–5 A) in Luft in einem gesonderten Zerstäubungsgefäß aus Glas. Später wurden außer Eisen und Silberstahl auch andere Metalle untersucht und in einem Fall auch das Verhalten von Metallpulver, nämlich Fer Omega¹⁹⁾, geprüft. Die durch Zerstäubung erzeugten Metallaerosole sind stark ungleichteilig, die Partikelgrößen variieren schätzungsweise zwischen 10^{-5} und 10^{-3} cm, und neben kugelförmigen Teilchen treten zahlreiche langgestreckte, oftmals gekrümmte Partikeln auf. Nach bereits erfolgten Untersuchungen²⁰⁾ dürfte es sich im wesentlichen um Aerosole von $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ handeln, möglicherweise aber auch zum geringen Teil um Verbindungen mit Stickstoff.

18) *Siedentopf* u. *Zsigmondy*, Ann. Physik 4, 10. 1. 1903.

19) Fer Omega, aus Carbonyleisenpulver hergestellt.

20) *R. Haul* u. *Winkel*, Z. Elektrochem. 44, 832 (1938).

Die Versuchsergebnisse.

1. Durch die Leiter A und B fließt noch kein Strom.

Wir blasen mittels eines Luftstromes die durch Zerstäubung hergestellten Eisen- oder Silberstahteilchen in den Beobachtungsraum und untersuchen die Bewegung dieser Teilchen mit dem Mikroskop I.

Wir finden zunächst Probekörper, die die reguläre Fallbewegung kleiner Partikeln im widerstehenden Mittel, überlagert von der *Brownschen* Bewegung, zeigen. Diese Teilchenart überwiegt, sie verhält sich im Bereich des Lichtstrahles im wesentlichen so, wie sie sich in den durch Nebenlicht schwach beleuchteten Teilen des Beobachtungsraumes verhält; ab und zu zeigen einzelne Teilchen schwache negative oder positive Photophorese.

Eine zweite Gruppe von Probekörpern zeigt außerhalb des Lichtstrahles ebenfalls das bereits beschriebene Verhalten, ändert dieses aber sofort beim Eintritt in den Lichtstrahl. Diese Teilchen bewegen sich in Richtung des am Beobachtungsorte herrschenden magnetischen Erdfeldes, manche laufen in Richtung Nord, gleichzeitig bewegen sich andere, dicht benachbart, in parallelen Bahnen nach Süden²¹⁾. Wie *E. Reeger* zeigen konnte, läßt sich diese Bewegung mittels eines passend angeordneten Permanent- oder Elektromagneten, dessen Feld das magnetische Erdfeld kompensiert, aufheben. Wie eigene Versuche bewiesen, genügt es auch, den Beobachtungsraum mit einem entsprechend justierten Ring aus Eisenblech zu umgeben, um die Bewegung zum Stillstand zu bringen. Diese Bewegungen sind also hauptsächlich auf den Einfluß des magnetischen Erdfeldes zurückzuführen, und es scheint fraglich, ob es eine echte Querphotophorese²²⁾ tatsächlich gibt.

Betrachtet man die Bewegungen der Probekörper im Erdfeld genauer, so findet man, daß manche der Bahnen große Ähnlichkeit mit Schraubenlinien haben, das heißt, die Probekörper bewegen sich nicht nur längs der magnetischen Kraftlinien des Erdfeldes, sondern sie führen auch gleichzeitig eine Rotation um die Kraftlinien aus²³⁾.

2. Im Leiter A fließt Gleichstrom.

Während die zuerst besprochene Teilchenart ihre Fallbewegung ungestört fortsetzt, werden alle Teilchen, die bereits

²¹⁾ *F. Ehrenhaft*, Ann. Physique 13, 164 (1940).

²²⁾ Unter Querphotophorese sei eine durch Einwirkung des Lichtstrahles normal zu diesem verlaufende Bewegung der Probekörper verstanden, die ohne Anwendung elektrischer oder magnetischer Felder zustande kommt.

²³⁾ *F. Ehrenhaft*, Physic. Rev. 69, 52 (1946).

eine Bewegung in Richtung des magnetischen Erdfeldes zeigten, durch das magnetische Feld von A sofort beeinflußt. Da das Feld des Leiters A etwa um eine Größenordnung stärker ist als das Erdfeld, treten nun noch andere Effekte stärker in Erscheinung, die zweifelsohne auch im Erdfeld allein bereits vorhanden sind.

Wir finden folgende Typen von Probekörpern, wenn wir wieder mit dem Mikroskop I beobachten:

Probekörper, die eine mit dem Strom in A kommutierbare Bewegung in Richtung der magnetischen Kraftlinien des Feldes um A ausführen (das Erdfeld sei kompensiert). Der Beobachter I sieht Teilchen, die von rechts nach links, und solche, die gleichzeitig und dicht daneben von links nach rechts laufen.

Probekörper, die trotz der schwachen Optik deutlich als nadelartige, oftmals gekrümmte Gebilde zu erkennen sind. Diese orientieren sich im magnetischen Feld, ihr Schwerpunkt zeigt jedoch keine

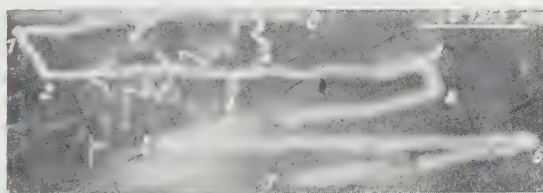


Abb. 3. Gesamtbelichtungszeit ca. 5 sek. Größenordnung des Probekörpers 10^{-5} cm.

Verschiebung in Richtung der magnetischen Kraftlinien. Teilchen dieser Type werden sowohl innerhalb als auch außerhalb des Lichtstrahles im diffusen Licht gerichtet und behalten die Orientierung auch nach Verlassen des Lichtstrahles bei.

Probekörper wie eben beschrieben, deren Schwerpunkt aber eine mit dem Strom in A kommutierbare Bewegung längs der magnetischen Kraftlinien aufweist.

Entsprechend der eingangs erwähnten Terminologie werden wir in Zukunft nun die Probekörper der ersten Art als einzelne Nord- oder Südpole, die der zweiten Art als reguläre Dipole und die der dritten Art als Dipole mit nord- oder süd magnetischem Ladungsüberschuß bezeichnen.

Wieder treten bei allen drei Typen der Probekörper die schraubenförmigen Bewegungen auf, über die noch ausführlicher zu berichten sein wird.

Die Mikrophotographie in Abb. 3 zeigt die Bewegung eines Silberstahlteilchens, das die Eigenschaften eines Südpols aufweist; es bewegt sich zunächst im Felde von A von 0 bis 1, folgt dann dem Erdfeld von 1 bis 2 (bei diesem Versuch ist das Erdfeld nicht kompensiert) und bewegt sich dann von 2 bis 3 wieder längs der Kraftlinien von A , wobei der Strom

in *A* nun kommutiert ist. Die weitere Bahn zeigt eine Wiederholung des Vorganges. Im Abschnitt 1—2 ist die schraubenförmige Bahnstruktur deutlich erkennbar.

Die Abb. 4 zeigt eine sehr regelmäßige Schraubenbahn 1—2—3, die bei Kommutation des magnetischen Feldes rever-



Abb. 4. Gesamtbelichtungszeit ca. 20 sek.

siert, während die feine Spur 4—5, die quer durch das Blickfeld verläuft, durch ein nach der Kommutation aufgenommenes, sich ebenfalls schraubenförmig bewegendes Teilchen verursacht wurde.

Die Beobachtung mittels des Mikroskops I gestattet zunächst nur indirekte Schlüsse hinsichtlich der geometrischen Form der Teilchenbahnen, da wir nur deren Projektion auf die vertikale Ebene beobachten können und lediglich aus den Unschärfen auf gekrümmte Bahnen rückschließen können.

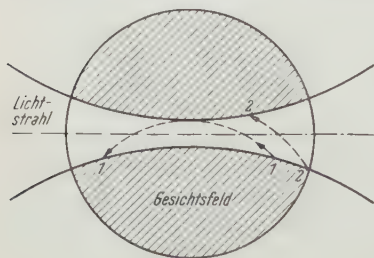


Abb. 5.

Betrachten wir die Teilchen mit Hilfe des vertikalen Mikroskops II, d. h. die Projektionen ihrer Bahnen auf die horizontale Ebene, so zeigt sich, daß die Teilchen mit Nord-

oder Südpolcharakter und jene mit Dipolverhalten bei gleichzeitigem Vorhandensein eines magnetischen Ladungsüberschusses gekrümmte Bahnen, die konkav zum Leiter liegen, durchlaufen. Der Beobachter II stellt wieder fest, daß manche der Teilchen schraubenförmige Bewegungen ausführen, weiters zeigt sich, daß Teilchen, wie dies schematisch in Abb. 5, Bahn 1—1, dargestellt ist, von der inneren Begrenzung des Lichtstrahles (der dem Leiter näher gelegenen Berandung)

über die Mittellinie des Strahles hinweg, die sie unter Umständen zweimal kreuzen, wieder zum inneren Strahlrand laufen. Andere Teilchen, deren Bahnradius größer ist, durchlaufen die Bahn 2—2 der Abb. 5 und kommen am äußeren Strahlrand zum Stillstand.

Bei einiger Übung gelingt es den beiden Beobachtern I und II relativ rasch, die Beobachtung des gleichen Teilchens durchzuführen. Die Überlagerung der beiden Beobachtungsergebnisse liefert den Nachweis, daß wir es tatsächlich mit schraubenförmigen Bewegungen der Probekörper zu tun haben, da bei langsamer Rotation die Beobachter sogar in der Lage sind, festzustellen, daß einem mit dem Mikroskop I beobachteten Durchgang des Teilchens durch die Symmetrielinie seiner Bewegung eine maximale Entfernung von dieser Linie im Blickfeld des Mikroskops II entspricht.

Nach diesen grundsätzlichen Beobachtungen wollen wir kurz die gewonnenen Ergebnisse mit den Resultaten der *Oerstedschen* Versuche vergleichen.

Diejenigen Teilchen, die innerhalb und außerhalb des Lichtstrahles unserer Anordnung das reguläre Dipolverhalten zeigen und sich im Felde des Leiters *A* richten, zeigen das gleiche Verhalten wie die Magnetnadel *Oersteds*. Diejenigen Teilchen aber, die im Lichtstrahl entweder die einem einzelnen Nord- oder Südpol oder einem Dipol mit nord- oder südmagnetischem Ladungsüberschuß entsprechenden Bewegungen ausführen und diese Bewegungen bei Stromkommutation im Leiter *A* reversieren und teilweise eine schraubenförmige Bewegung um eine Achse parallel zur Richtung der magnetischen Kraftlinien ausführen, besitzen in den *Oerstedschen* Versuchen kein Analogon. Sieht man von den schraubenförmigen Bewegungen mancher der Teilchen ab, so entsprechen die Bahnen der Probekörper der klassischen Vorstellung vom Verlauf des magnetischen Feldes rund um einen gleichstromdurchflossenen Leiter.

Es läge nun nahe, Messungen der magnetischen Ladungen vorzunehmen. Da aber alle bis jetzt beschriebenen Experimente deutlich zeigen, daß die resultierenden Geschwindigkeiten der Probekörper im magnetischen Feld von *A*, die etwa in der Größenordnung von 10^{-4} cm sek bis 10^{-2} cm/sek liegen, sehr stark von der Intensität und auch von der spektralen Zusammensetzung des Lichtes abhängig sind und daß weiterhin die Geschwindigkeit der Probekörper nicht proportional mit der Feldstärke *H* anwächst, sondern auch hier die bereits seinerzeit von *Ehrenhaft* gefundenen besonderen Zusammenhänge²⁴⁾ zwischen Feldstärke und Geschwindigkeit zur Geltung

²⁴⁾ Vgl. *N. Judenberg*, Neue Untersuchungen über Magnetophotophorese, Diss. Wien, Juni 1938.

kommen, so ergibt sich, daß genaue Ladungsmessungen, soweit sie bei der nicht kugelförmigen Gestalt der Probekörper überhaupt möglich sind, von sehr beschränkter Bedeutung wären. Rohe Abschätzungen lassen erkennen, daß die magnetischen Ladungen der Probekörper in der Größenordnung von 10^{-9} bis 10^{-12} m. st. E. liegen.

Wir wollen es daher im folgenden vorziehen, einige qualitative Experimente zu besprechen, die geeignet erscheinen, die grundsätzlichen Aussagen über das vorliegende Phänomen zu erweitern.

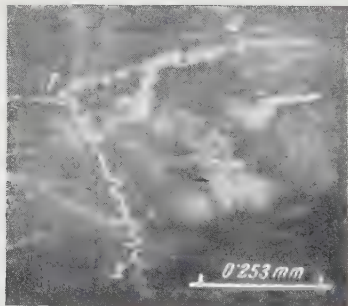


Abb. 6. Gesamtbelichtungszeit ca. 10 sek.

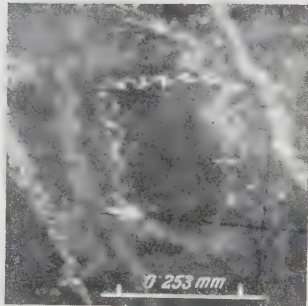


Abb. 7. Gesamtbelichtungszeit ca. 15 sek.

3. Im Leiter *B* fließt Gleichstrom.

In diesem Fall verlaufen die magnetischen Kraftlinien des in *B* fließenden Stromes im Beobachtungsort annähernd normal zum Lichtstrahl in einer horizontalen Ebene. Wir finden sofort wieder die bekannten Typen der Probekörper, deren Bahnen diesmal den Lichtstrahl im wesentlichen normal durchsetzen.

Die Bahnen sind in bezug auf den Leiter *B* konkav gekrümmt. Die Mikrophotographie in Abb. 6 zeigt die Bahnen eines Probekörpers, der zuerst dem Felde des Leiters *A* (Bahn 0—1) und dann dem des Leiters *B* (Bahn 1—2) ausgesetzt wurde. Die Aufnahme zeigt, daß die Bewegungen der Probekörper longitudinal und transversal zum Lichtstrahl grundsätzlich gleichartig verlaufen. Wie Abb. 7 zeigt, ist es durchaus möglich, einen Probekörper einen fast geschlossenen Linienzug durchlaufen zu lassen, wenn man beide Felder *A* und *B* zeitlich passend hintereinander schaltet. Die Abb. 6 und 7 sind mit dem Mikroskop II aufgenommen.

Beobachten wir mit dem Mikroskop I, so merken wir das Umklappen der regulären Dipole und stellen die gekrümmte Bahn der Nord- und Südpole sowie der Dipole mit Ladungsüberschuß an der auftretenden Unschärfe der Teilchen fest,

wenn diese die vertikale Einstellebene des Mikroskops I verlassen. Die Beobachtung mit Mikroskop I liefert aber auch eine Möglichkeit, über die bereits als schraubenförmig erkannte Bahn mancher Teilchen eine weitere Aussage zu machen. Wir beobachten, wenn wir den Leiter B benützen, in Richtung der Vorwärtsbewegung der Teilchen und sehen den zur Fortschrittsrichtung senkrechten Schnitt der Teilchenbahn. Diese Projektion auf die Vertikalebene ist annähernd kreisförmig, rechtsläufige und linksläufige Bahnen treten an verschiedenen Probekörpern gleichzeitig auf, und der Schraubungssinn der Bewegung bleibt erhalten, wenn wir den Strom im Leiter B kommutieren, d. h. eine z. B. rechtsgängige Schraubenbewegung ist auch nach Stromkommutation wieder rechtsgängig.

Die näheren Zusammenhänge zwischen dem Umlaufsinn der Probekörper und ihrer magnetischen Ladung (d. h. dem Nordpol- oder Südpolverhalten) sowie quantitative Untersuchungen über Umlauffrequenz und Amplitude, z. B. in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke usw., erfordern umfangreiches statistisches Material, das zur Zeit gesammelt wird. Sicher ist, daß auch hier wieder das Licht einen maßgebenden Einfluß auf die Bewegungsform nimmt, da die Schraubenbewegung mit abnehmender Lichtintensität von einer gewissen Grenze an verschwindet.

Fassen wir die Ergebnisse der Beobachtungen bei Benützung des Leiters B kurz zusammen, so zeigen diese, daß die grundsätzlichen Arten der Teilchen — charakterisiert durch Bewegung, Richteffect, Richteffect plus Bewegung im magnetischen Feld — auch im Falle des zum Lichtstrahl transversal verlaufenden magnetischen Feldes wieder auftreten. Ferner liefern diese Beobachtungen einen neuerlichen Beweis dafür, daß die bereits aus beiden Projektionen auf die horizontale und vertikale Ebene als tatsächlich räumlich erkannten Schraubenbahnen existieren und daß der Rotationssinn bei Kommutation des Stromes beibehalten wird. Weiters zeigen die Beobachtungen, daß die Teilchenbahnen, unabhängig von der Lage des magnetischen Feldes zum Lichtstrahl, so verlaufen, wie es die klassische Theorie für einzelne magnetische Pole im Felde eines gleichstromdurchflossenen Leiters vorsieht.

Bevor wir eine etwas ausführlichere Diskussion der Resultate durchführen und auf ein aus dieser Diskussion resultierendes weiteres Experiment eingehen wollen, sei noch erwähnt, daß die beschriebenen Versuche auch mit Aerosolen anderer Metalle als Eisen- und Silberstahl durchgeführt wurden. Außer Eisen und Stahl zeigen Kobalt, Nickel sowie das aus Carbonyleisen hergestellte Fer Omega (die Fer-Omega-Teilchen sind zum Großteil Kugeln oder wenig von der Kugelform verschieden) die mit dem Strom kommutierbare Bewegung an

einzelnen Probekörpern. Der Prozentsatz der sich so verhaltenden Teilchen ist bei den verschiedenen Materialien verschieden groß. Schraubenbahnen wurden nur an Nickel und Kobalt, und da nur sehr selten, an Fer Omega bei den obigen Versuchsbedingungen überhaupt nicht beobachtet. Im Stickstoff zerstäubter Silberstahl zeigte zusätzlich starke lichtnegative Photophorese, sonst aber das bereits beschriebene Verhalten. Aluminium, Kupfer und Silber — in Luft zerstäubt — zeigen weder die kommutierbare Bewegung noch Partikeln mit Dipolcharakter.

Diskussion der Ergebnisse sowie ein weiteres Experiment.

Wir erhalten vier Arten von Probekörpern in unseren Experimenten:

1. Probekörper, die im Lichtstrahl und außerhalb des Lichtstrahles völlig unbeeinflusst durch das erdmagnetische Feld und das Feld des Leiters *A* oder *B* ihre Fallbewegungen ausführen.

2. Probekörper, die eine Bewegung im Erdfeld und ebenso in den Feldern von *A* und *B* zeigen, sobald sie in den Bereich des Lichtstrahles kommen, und diese Bewegung kommutieren, wenn das magnetische Feld kommutiert wird. Manche der Teilchen durchlaufen Schraubenbahnen, die verschwinden, sobald das Teilchen den Lichtstrahl verläßt.

3. Reguläre Dipole, die sich außerhalb und im Lichtstrahl in Richtung des herrschenden magnetischen Feldes einstellen. Sie führen bei Feldkommutation nur eine Drehung um 180° aus.

4. Dipole mit nord- oder südmagnetischem Ladungsüberschuß. Diese zeigen bei Feldkommutation nebst dem Umklappen um 180° die Kommutierung der Bewegung, solange sie im Bereich des Lichtstrahles sind; außerhalb des Lichtstrahles im schwach beleuchteten Teil des Beobachtungsraumes tritt nur mehr die Orientierung und das Umklappen um 180° im magnetischen Feld auf.

Strömungserscheinungen als Ursache der Bewegungen scheiden von Anfang an aus, da

a) im Kontrollversuch Zigarettenrauch zeigt, daß der Beobachtungsraum strömungsfrei ist,

b) die unter 1. genannten Teilchen unbeeinflusst von Strömung vertikal fallen,

c) die Bewegungen der unter 2. und 4. beschriebenen Teilchen gleichzeitig und dicht benachbart in beiden Richtungen vor sich gehen,

d) die regulären Dipole keine seitliche Abtrift zeigen,

e) die Kommutation der Bewegung bei Feldumkehr nur bei gleichzeitiger Kommutation einer Strömung stattfinden

könnte (und dann auch nur, wenn nur Teilchen von Nord- oder Südcharakter allein vorhanden wären).

Ebenso kommt eine allfällige Inhomogenität des magnetischen Feldes als auslösende Ursache für die beschriebenen Bewegungen nicht in Betracht, da

A. das Erdfeld, in dem bereits die Bewegungen in Richtung Nord und an anderen Teilchen in Richtung Süd vorhanden sind, ein sehr homogenes Feld darstellt,

B. gleichzeitig in den Feldern der Leiter *A* und *B* Teilchen vorhanden sind, die in Richtung und gegen die Richtung des Feldes laufen und beide kommutieren,

C. eine beträchtlich große Anzahl von Teilchen, die sich visuell durch nichts von den Teilchen mit unipolarem Charakter unterscheiden, vollständig unbeeinflusst in vertikaler Richtung sowohl das Erdfeld als auch die Felder des Gleichstromes in *A* oder *B* durchfällt,

D. die Bewegung in oder gegen die Feldrichtung in diesem Experiment nur im Bereiche des Lichtstrahles auftritt (der einen Durchmesser von ca. 0,5 bis 1,0 mm besitzt) und außerhalb dieses Bereiches sofort verschwindet.

Weitere Untersuchungen zeigten, daß viele der Teilchen, die den Gruppen 2 und 4 angehören, keinen elektrischen Ladungsüberschuß tragen; sie wiesen keinerlei Bewegung in Richtung eines zusätzlich angelegten elektrischen Feldes auf. Das Verhalten dieser Probekörper im magnetischen Feld von *A* und *B* sowie dem Erdfeld blieb auch dann unverändert, wenn sie durch längere Zeit der Wirkung eines Poloniumpräparates ausgesetzt waren, wobei manche von ihnen, wie ihre Bewegungen im zeitweise verwendeten elektrostatischen Felde zeigten, elektrisch aufgeladen wurden. Damit scheidet aber auch die Möglichkeit aus, die von uns betrachteten Bewegungen auf elektrostatische Störfelder im Beobachtungsraum zurückzuführen.

Wir sind daher gezwungen, diese drei Ursachen bei der Diskussion auszuschließen, da sie für eine Erklärung der Phänomene auf keinen Fall in Betracht kommen.

Aus den Experimenten wissen wir, daß übereinstimmend für die Teilchenarten 2 und 4 der Einfluß des Lichtes eine maßgebliche Rolle spielt. Die Bewegung im Erdfeld, ferner die Bewegung ein und desselben Teilchens longitudinal und transversal zum Lichtstrahl (wie sie etwa Abb. 7 zeigt) beweisen, daß die Richtung des Lichtstrahles mit der Richtung der Bewegung in keinem Zusammenhang steht, sondern daß letztere ausschließlich durch die herrschende Richtung des magnetischen Feldes bestimmt wird (von Störungen durch Photophorese und dem Einfluß der Erdschwere sowie der Brownschen Bewegung sei abgesehen). Betrachten wir nun nochmals das Verhalten der Teilchen der 4. Art. Diese werden

durch das magnetische Feld gerichtet, klappen bei Feldkommutation um 180° um und zeigen gleichzeitig die kommutierbare Bewegungskomponente in (oder gegen) Richtung des magnetischen Feldes. Ordnen wir einmal versuchsweise einem solchen Teilchen eine unter dem Einfluß des konzentrierten

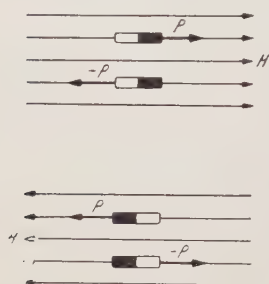


Abb. 8.

Lichtes irgendwie zustande kommende Kraft P auf den Schwerpunkt zu, die wir so festlegen wollen, daß ihre Richtung die der Dipolachse ist, und setzen wir voraus, daß sie außerdem mit dem Teilchen starr verbunden sei, so würde diese Kraft zur Erklärung der kommutierbaren Bewegung genügen (wir wollen vorläufig von jeder Stellungnahme hinsichtlich der Schraubenbewegung absehen, da diesbezügliche Versuche erst im Gange sind). Die Abb. 8 zeigt schematisch die Verhältnisse, und wir müßten, um Übereinstimmung mit den Beobachtungen zu erzielen, nur noch zusätzlich annehmen, daß sowohl die Kraft P wie die Kraft $-P$ an verschiedenen Teilchen auftreten könnten. Um gleichzeitig dem Verhalten der Teilchen 2. Art Rechnung zu tragen, setzen wir noch voraus, daß auch diese Dipole seien, jedoch infolge der Versuchsbedingungen nicht mehr als solche erkannt werden können und in Wirklichkeit also ebenfalls bei Kommutation des magnetischen Feldes eine Drehung um 180° ausführen.

Die versuchsweise zur Deutung der Bewegung eingeführte Kraft ist also gemäß unserer Annahme mit der Dipolachse der Partikel starr verbunden und

liegt in ihr; es gibt Teilchen, auf die die Kraft in Nord—Süd-Richtung, und andere, auf die sie in Süd—Nord-Richtung wirkt. Welcher Art diese Kraft sei, warum sie stets in Richtung der Dipolachse wirkt und weshalb sie nur in Anwesenheit des magnetischen Feldes in Wirksamkeit tritt, bleibt offen. Aus unseren Beobachtungen wissen wir jedenfalls bereits, daß die Richtung dieser Kraft unabhängig davon sein muß, wie die betreffende Partikel vom Lichtstrahl getroffen wird. Die Abb. 9 zeigt schematisch die Lage der

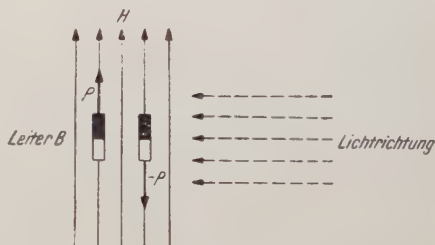


Abb. 9.

interessierenden Vektoren P und H sowie der Lichtrichtung im Falle der Bewegung, wie sie die Mikrophotographie 7 wiedergibt.

Wir wollen nun Teilchen der 4. Art einem weiteren Versuch unterziehen. Wir bringen zuerst ein solches längliches Teilchen, das einen Ladungsüberschuß zeigt, mittels des magnetischen Feldes des Leiters A in die horizontale Lage: sofort zeigt es

im Schwerfeld
der Erde

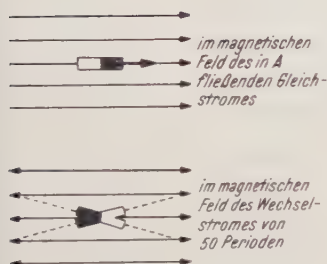


Abb. 10.

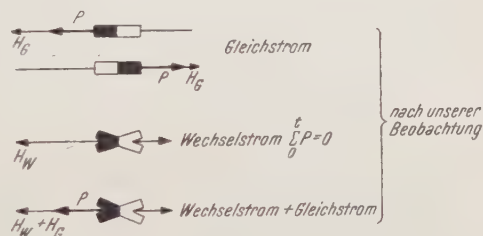
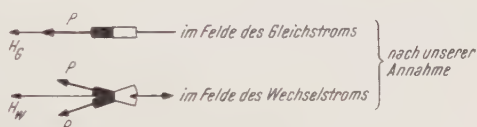


Abb. 11.

auch die erwähnte Bewegung längs der Kraftlinien. Wir überzeugen uns, daß das Teilchen bei Stromkommutation die Bewegung kommutiert, und überlagern dann dem magnetischen Feld des Gleichstromes in A ein magnetisches Feld eines Wechselstromes von 50 Perioden, dessen Feldrichtung horizontal und am Beobachtungsort auch parallel zum Feld des Gleichstromes liegt. Dann schalten wir den Gleichstrom in A aus. Das Teilchen vollführt kleine Oszillationen um die Horizontale. Die Abb. 10 zeigt das Schema des Versuches. Der Schwerpunkt des Teilchens zeigt unter dem Einfluß des magnetischen Wechselfeldes allein keine horizontale Verschiebung mehr. Das Teilchen klappt infolge der hohen Periodenzahl des Feldes auch nicht mehr um 180° um, sondern behält im Mittel seine horizontale Lage bei.

Superponieren wir nun wieder das vom Gleichstrom in A herrührende Feld, so beginnt das Teilchen sofort mit einer mit dem Gleichstrom in A kommutierbaren Bewegung in horizontaler Richtung.

Die Abb. 11 zeigt die Lage der von uns versuchsweise eingeführten Kraft P während des Versuches einmal nach der

Annahme und einmal nach den Beobachtungsergebnissen. Wir sehen aus dieser Abbildung, daß P (das gleiche gilt für $-P$) während der Dauer der Wirkung des Wechselfeldes stets nach rechts und mit annähernd gleicher Stärke wirken müßte, da die auftretenden Oszillationen von sehr kleiner Amplitude sind. Nach unserer Annahme einer Kraft P , die wir aus dem reversiblen Verhalten der Teilchen im magnetischen Gleichstromfeld ableiteten, müßte also auch im Wechselfeld eine Bewegungskomponente längs der Kraftlinien auftreten. Auf alle Fälle bleibt die Richtung des Teilchens relativ zum Lichtstrahl während dieses ganzen Versuches, abgesehen von den geringen Oszillationen, erhalten, und es finden keine Drehungen um 180° statt, da die Teilchen bereits zu träge sind, um den 50 Perioden des Stromes zu folgen. Die Zuschaltung des magnetischen Gleichfeldes ändert an der Ausrichtung des Teilchens nichts mehr, da dieses bereits ausgerichtet ist; trotzdem setzt sofort eine translatorische Bewegung ein. Das entsprechende aus der Beobachtung abgelesene Verhalten zeigt der 2. Teil der Abb. 11.

Wir sehen aus diesem Versuch, daß das Verhalten des Teilchens im Wechselfeld viel eher darauf hindeutet, daß die auf das Teilchen wirkende Kraft synchron mit der Feldrichtung ihre Richtung wechselt und der Schwerpunkt des Teilchens zwar kleine Verschiebungen, jedoch sowohl nach links wie auch nach rechts, erfährt, die in der Beobachtung nicht mehr wahrgenommen werden. Die Summe der Verschiebungen des Teilchens im Feld eines Wechselstromes wird, über eine bestimmte Zeit gemittelt, Null. Die Summe der auf das Teilchen wirkenden Kräfte in dieser Zeit muß daher nach dem zugrunde liegenden Gesetz $v = BP$ ebenfalls Null sein (v = Geschwindigkeit, B = Beweglichkeit). Im Moment, wo wir dem magnetischen Wechselfeld aber das Feld des Gleichstromes in A überlagern, erhalten wir für die Summe der Kräfte, trotzdem die Richtung des Teilchens relativ zum Feld und zum Lichtstrahl unverändert bleibt, einen von Null verschiedenen Wert.

Das eben beschriebene Experiment und seine Resultate zeigen, daß eine Deutung der weiter oben erwähnten Bewegungen im magnetischen Feld eines gleichstromdurchflossenen Leiters mit Hilfe des von uns versuchsweise gemachten Kraftansatzes nicht möglich ist. Die mit dem magnetischen Feld kommutierbaren Bewegungen lassen sich nicht darauf zurückführen, daß etwa durch den Lichtstrahl auf das betrachtete Teilchen eine Kraft ausgeübt wird, die von der geometrischen Form oder den physikalischen Eigenschaften des Teilchens abhängig ist und die bei Kommutation des Feldes mit dem als Dipol sich drehenden Teilchen nun auch eine Drehung um 180° ausführt, da in diesem Falle das im Wechselfeld orientierte Teilchen auf alle Fälle eine Translationsbewegung

zeigen müßte. Dieses letzte Experiment spricht also dafür, daß wir es mit einem direkten Angriff des magnetischen Feldes auf den Probekörper zu tun haben, wie dies dem Falle einer magnetischen Ladung entsprechen würde.

Über Photophorese und eine die Materie drehende Wirkung des Lichtes im Vakuum.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von

Felix Ehrenhaft und Ernst Reeger.

I. Physikalisches Institut der Universität Wien.

Mit 10 Abbildungen.

(Eingelangt am 9. Mai 1949.)

Die Tatsache, daß Materieteilchen gleicher physikalischer und chemischer Beschaffenheit (ob kugelförmig oder nicht kugelförmig, auch Tropfen) sich in einem homogenen Lichtstrahl in die Richtung der Fortpflanzung desselben (lichtpositiv) oder entgegen der Fortpflanzungsrichtung (lichtnegativ) bewegen, ist bereits ausreichend beschrieben worden¹⁾. Als homogen sei ein Lichtstrahl bezeichnet, dessen Intensität sich in Querschnittsbereichen, die viel größer sind als der Querschnitt der Probekörper, nicht ändert. Diese Erscheinung ist an in verschiedenen Gasen suspendierten Körpern, auch Edelgasen in Druckbereichen zwischen ca. 2 mm Hg und 30 Atm. bereits beobachtet worden und ist vom Gasdruck insofern unabhängig, als die ponderomotorische Kraft, die das Licht auf einen Probekörper ausübt, in großen Bereichen des Gasdruckes sich als konstant erwies.

Diese Erscheinung konnte weder durch den Impulssatz der Elektrodynamik noch durch Radiometerkräfte gedeutet werden²⁾. Die sogenannte *Brownsche* Bewegung ist der Erscheinung vielfach überlagert. Auch wenn man außer den oszillierenden elektrischen und magnetischen Komponenten des Lichtes im Sinne von *Maxwell* stationäre oder statische Komponenten nicht nur der elektrischen Kraft, sondern auch der magnetischen Kraft in die Richtung der Ausbreitung des Lichtstrahles annimmt, wie dies *Paul Drude* und *Woldemar*

¹⁾ *F. Ehrenhaft*, Wien. Akad. Ber. 119 (2a) 835 (1910); Ann. Physik 56, 81 (1918); C. R. 190, 263 (1930); Phil. Mag. 11, 140 (1931); Ann. Physique 13, 151 (1940); Journ. Frank. Inst. 230, 381 (1940); 233, 235 (1942); Science 101, 676 (1945); Acta Physica Austriaca 2 (Heft 2) 187 (1948).

²⁾ *F. Ehrenhaft*, C. R. 222, 1100, 1345 (1946).

Voigt für die elektrische Kraft bereits getan haben³⁾, kann man die obgenannten Erscheinungen theoretisch nicht beschreiben. *Ehrenhaft* ist daher zu dem Schlusse gekommen, daß es sich hier um eine Erscheinung *sui generis*, eine neuartige Kraftwirkung handelt. In der Folge wurde sodann von *Ehrenhaft* in U. S. A. und später von *Pierre Tauzin* in Paris durch Mikrophotographie zweifelsfrei festgestellt, daß diese photophoretischen Bewegungen vielfach nicht in geradliniger Bahn erfolgen, sondern daß die Probekörper Schraubenbahnen auffallend oft mit regelmäßigen Kreisdurchmessern und Abständen der Schraubenwindungen beschreiben; dies ist auch bei kugelförmigen Körpern und Tropfen der Fall.

Weiter hatte *Ehrenhaft* festgestellt, daß manche vom Licht bestrahlte Teilchen in zusätzlichen homogenen Magnetfeldern konstante Zusatzkräfte in die Richtung oder gegen die Richtung des homogenen Magnetfeldes erfahren⁴⁾. So ist es möglich, die Bewegungsrichtung der Probekörper beliebig oft umzukehren, sei es durch Umkehrung des Lichtstrahles oder durch Kommutierung des homogenen magnetischen Feldes. Selbst das geomagnetische Feld genügt, denn es wurden Bewegungen gleichartiger Probekörper in die Richtung oder gegen die Richtung des geomagnetischen Feldes festgestellt und mikrophotographiert.

Es wurde auch von *Ehrenhaft* festgestellt, daß der Radius der Schraubenbahnen von der Intensität des Magnetfeldes abhängt und ferner, daß die Lorentzkraft für die Krümmung der Bahn im Magnetfeld nicht verantwortlich gemacht werden kann; denn sonst müßten die Probekörper eine elektrische Ladung tragen, die mehr als 10^7 mal größer sein müßte als die tatsächliche. Die Frequenz der Schraubenbahnen hängt von der Intensität der Felder und der Lichtstärke ab. Dagegen ist von *Ernst Reeger* und ferner unabhängig von *Erwin Votava* nachgewiesen worden, daß die Schraubenbahn von der elektrostatischen Ladung der Probekörper unabhängig ist; denn die Schraubenbahnen blieben ungeändert, auch wenn die elektrische Ladung der Probekörper durch ein Radiumpräparat nach bekannter Methode geändert wurde; sie blieb auch ungeändert, wenn das Vorzeichen der elektrischen Ladung geändert war. Bei Reversion der Bewegungsrichtung behalten die Schraubenbahnen ihre Rechts-, bzw. Linksgängigkeit bei. Die bisherigen Beobachtungen wurden im Dunkelraum des Mikroskops ausgeführt.

Im Jahre 1946 hat *Richard Whitall* in New York Beobachtungen an Graphitteilchen und auch an fluoreszierenden Tröpfchen gemacht, die noch merkwürdiger waren als die oben

³⁾ *Woldemar Voigt*, Festschrift für *Heinrich Weber* (1912).

⁴⁾ *F. Ehrenhaft*, C. R. 190, 263 (1930) usw.

beschriebenen Erscheinungen. Es wurde der Sonnenstrahl durch eine Linse konzentriert und Beobachtungen mit freiem Auge in größeren Gefäßen ausgeführt, wie dies auch schon *R. Whytlaw-Gray* und *H. S. Patterson*⁵⁾ gemacht hatten.

Im folgenden soll nun eine Reihe von neuen Versuchen beschrieben werden, die die Autoren in Wien ausgeführt haben.

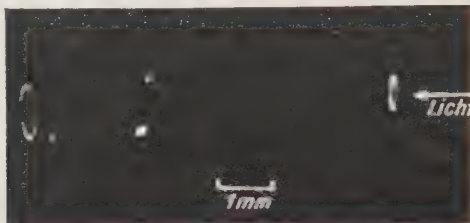


Abb. 1. Zwei Graphitteilchen in Luft. Horizontaler Strahl. Druck 10 mm. Brennpunkt rechts außerhalb des Bildes. Belichtungszeit $1/50$ Sek., daher Frequenz des linken Teilchens ca. 45 pro Sek., des rechten über 50 pro Sek. Aufnahmerichtung schief zum Strahl.

Dabei wurden so einfache Hilfsmittel verwendet, daß jeder mann diese Versuche in kürzester Zeit wiederholen kann. Verwendet wird als Gefäß ein einfacher evakuierbarer Glühlampenkolben, in dem Pulver beliebiger Art aufgeschüttelt werden kann. Dieser Kolben wird sodann durch einen durch eine einfache Linse (Öffnung 10 cm, Brennweite 20 cm) konzentrierten



Abb. 2. Dieselben zwei Graphitteilchen wie in Abb. 1. Zwei Aufnahmen von je $1/10$ Sek. Bei der zweiten Aufnahme ist die Linse etwas abgeblendet, dadurch Gleichgewichtslage beider Teilchen im Strahl etwas nach rechts verschoben.

direkten ungeschwächten Sonnenstrahl oder einen von einem Heliostaten kommenden Sonnenstrahl horizontal durchleuchtet oder in vertikaler Richtung mit Hilfe eines weiteren Hilfsspiegels durchleuchtet. Die Beobachtung erfolgt mit freiem Auge oder durch eine Lupe. Das Gefäß wird bis auf 10 bis 20 mm Hg evakuiert. Als Versuchssubstanz wird Graphitpulver verwendet, u. zw. das Präparat „Graphite Powder, Azid purified“ von Eimer and Amend, New York. Korngröße ca. 10^{-3} cm. Es ergibt sich

⁵⁾ *R. Whytlaw-Gray* und *H. S. Patterson*, *Smoke, a Study of Aerial Disperse Systems*. London: Edward Arnold and Company, 1932. P. 126. Leeds Phil. Lit. Science, Sect. 1, 70, 1926.

außer den Schraubenbahnen, daß sich einzelne Probekörper sowohl im horizontalen wie auch im vertikalen Strahl stunden-

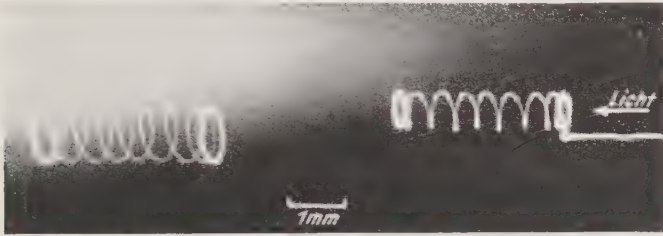


Abb. 3. Dieselben zwei Graphitteilchen wie in Abb. 1 und 2. Belichtungszeit $\frac{1}{5}$ Sek. Durch Schwenken der Kamera während der Aufnahme sind die Kreise in Schraubenlinien aufgelöst. Die beiden Teilchen haben entgegengesetzten Umlaufsinn. Spur des linken Teilchens zeigt infolge Rotation des Teilchens Lichtknoten (20 pro Umlauf), daher Rotationsfrequenz ca. 900 pro Sek.

lang an derselben, stets außerhalb des Brennpunktes liegenden Stelle des Strahles in Kreisbahnen bewegen, die normal zur



Abb. 4. Graphitteilchen in Luft. Horizontaler Strahl. Druck 10 mm. Brennpunkt links außerhalb des Bildes. Belichtungszeit ca. $\frac{1}{5}$ Sek. Die Linse war bei Beginn der Belichtung etwas abgeblendet und wurde während der Belichtung auf volle Öffnung gebracht. Das Teilchen geht daher von der einen Gleichgewichtslage (links) zu einer anderen (rechts) über. Aufnahme schief zum Strahl. Umlauffrequenz ca. 150 pro Sek. Lichtknoten in der Spur deuten auf Rotation, Frequenz ca. 500 pro Sek.

Fortpflanzungsrichtung der Strahlen verlaufen, solange die Intensität des Lichtes nicht geändert wird (Abb. 1, 5, 6). Die



Abb. 5. Zwei Graphitteilchen in Luft. Horizontaler Strahl. Druck 30 mm. Aufnahme senkrecht zum Strahl. Belichtungszeit $\frac{1}{25}$ Sek. Das rechte Teilchen beschreibt stabilen Kreis, das linke bewegt sich infolge negativer Photophorese nach rechts, Geschwindigkeit ca. 7 cm pro Sek.

Durchmesser der Kreise liegen zwischen 0,1 und 3 mm, die Umlauffrequenzen zwischen etwa 3 sec und mehr als 100/sec. Verschiebt man den Kolben in einer beliebigen Richtung, so

verbleibt das Teilchen an seiner Stelle und zirkuliert ungehindert weiter. Schwächt man die Intensität des Lichtstrahles, dann bewegen sich die Teilchen von beiden Seiten zum Brennpunkt hin und zirkulieren dann an der neuen Stelle beliebig lange weiter (Abb. 2). Es wird beobachtet, daß an unmittelbar benachbarten Stellen des Raumes häufig zwei Teilchen im entgegengesetzten Sinne zirkulieren, ohne einander zu stören. Es wird auch durch Mikrophotographie (Abb. 5) belegt, daß ein drittes Teilchen in photophoretischer Progressivgeschwindigkeit

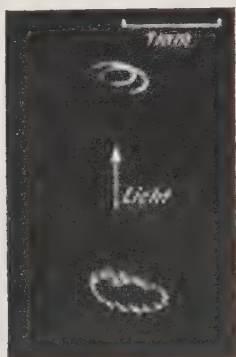


Abb. 6.



Abb. 7.

Abb. 6. Zwei Graphitteilchen in Luft. Vertikaler Strahl. Druck 10 mm. Belichtungszeit $\frac{1}{25}$ Sek. Aufnahme schräg von oben. Frequenz des oberen Teilchens ca. 45 pro Sek., des unteren ca. 35 pro Sek. Unteres Teilchen zeigt im Kreis Schraubenbewegung der Frequenz ca. 500 pro Sek.

Abb. 7. Zwei Graphitteilchen in Luft. Horizontaler Strahl. Druck 1 mm. Aufnahme senkrecht zum Strahl. Belichtungszeit $\frac{1}{10}$ Sek. Beide Teilchen pendeln senkrecht im Bereich des oberen Strahlrandes auf und ab, Frequenz ca. 30 pro Sek.

sich durch den Kreis oder neben dem Kreis bewegt. Aus der Mikrophotographie und der visuellen Beobachtung geht hervor: 1. Daß die Probekörper sich entweder um ihre eigene Achse drehen oder den Kreis auf Schraubenbahnen durchlaufen. Das Ganze bei mäßigen Vakuis (Abb. 3, 4, 6). 2. Daß bei einem Vakuum von ca. 1 bis 0,01 mm Hg die in den horizontalen Lichtstrahl fallenden Probekörper aus diesem heraus nach oben geschleudert werden, in einzelnen Fällen sogar einige Sekunden bis Minuten in der Umgebung des oberen Strahlrandes senkrecht pendeln (Abb. 7). 3. Daß bei einem Vakuum unter 10^{-4} mm Hg die Erscheinung der Photophorese noch zweifelsfrei vorhanden ist. In einem horizontalen Lichtstrahl kann sowohl die negative als auch die positive Photophorese sowie die drehende Wirkung des Lichtes durch Mikrophotographie festgehalten werden (Abb. 8, 9, 10).

Somit folgt, daß die photophoretischen Erscheinungen Erscheinungen sui generis sind, daß das Gas bloß eine sekundäre, die Beweglichkeit der Probekörper beeinflussende Rolle spielt,

und daß die Tatsache klar hervorgeht, daß das Licht in die Richtung seiner Fortpflanzung nicht nur eine ziehende oder drückende Wirkung, sondern auch eine drehende Wirkung im Strahle ausübt. Es ist seit *Augustin Fresnel* bekannt, daß Materie das Licht drehen kann, wie man am polarisierten Lichtstrahl beobachten kann, und seit *Faraday*, daß Materie im

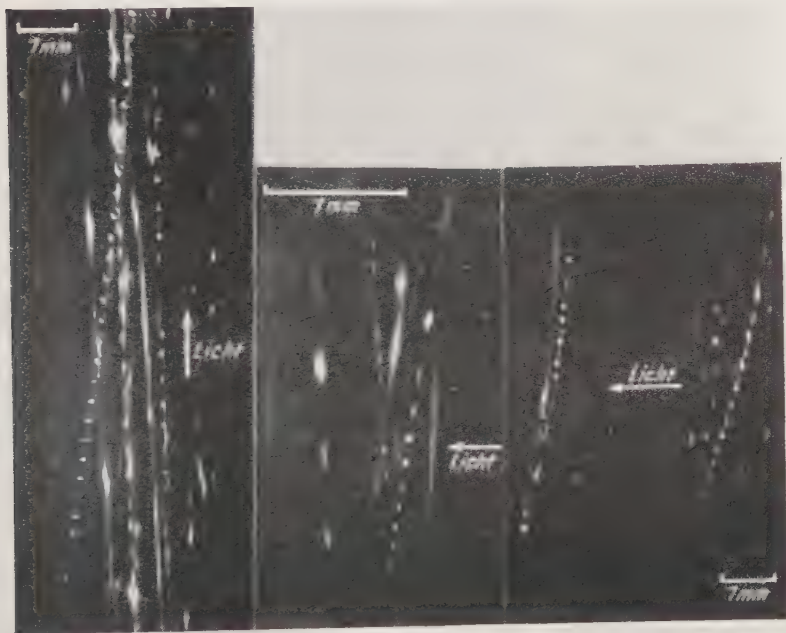


Abb. 8.

Abb. 9.

Abb. 10.

Abb. 8. Graphitteilchen in Luft. Vertikaler Strahl von unten. Druck unter 10^{-4} mm. Ein Schwarm von Teilchen durchfällt den Strahl in seiner Längsrichtung. Die Spur eines Teilchens zeigt Schraubenbewegung. Außerdem ist sie nach oben gekrümmt. Es ergibt sich somit die wichtige Tatsache, daß auch im Hochvakuum eine Krümmung der Bahnen auftritt.

Abb. 9. Wie Abb. 8, doch mit horizontalem Strahl. Von zwei benachbarten Spuren ist eine nach rechts, eine nach links geneigt, daher lichtpositive und lichtnegative Photophorese im Hochvakuum bewiesen. Bei der einen Spur deuten die nach unten zu enger werdenden Lichtknoten auf eine Abbremsung der Fallbewegung, daher ponderomotorische Kraft senkrecht zum Strahl.

Abb. 10. Wie Abb. 9. Horizontaler Strahl. Spuren zeigen Neigung, Krümmung, Schraubenbewegung und so wie bei Abb. 9 eine Abbremsung der Fallbewegung.

magnetischen Feld auch solche Wirkungen ausübt. Die Erkenntnis, daß auch das Licht leicht bewegliche Materie dreht, ist daher nicht verwunderlich. Es handelt sich anscheinend um eine neuartige drehende Kraft des Lichtes.

Im Anschluß werden charakteristische Photographien mit genauen Beschreibungen derselben gegeben. Die quantitative Auswertung der ponderomotorischen Kräfte des Lichtes und der Momente folgt nach.

Zusatz bei der Korrektur (2. 4. 1950):

Der Inhalt dieser vorläufigen Mitteilung ist seither durch die Noten von *F. Ehrenhaft* und *E. Reeger* in den *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris* (228, 1708 [30. 5. 1949]; 229, 515 [5. 9. 1949]; 230, 938 [6. 3. 1950]) und ferner von *F. Ehrenhaft* und *K. V. Desoyer* (20. 3. 1950) bereits weiter ausgeführt worden. Unter vielem anderem sei festgestellt:

1. *K. V. Desoyer* und *E. Scheu* haben die kreisförmige Bewegung von Probekörpern durch 24 Stunden ohne Änderung beobachtet.

2. Wie *F. Ehrenhaft* in seinem Vortrag vom 6. 12. 1949 vor der Chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien ausführte, muß die Kraft, welche auf einen in stationärer Kreisbewegung mit überlagerter Schraubenbewegung und Achsenrotation befindlichen Probekörper wirkt, folgende Komponenten haben: Drei aufeinander senkrechte Komponenten, welche den Kreis an seine Ruhelage im Lichtkegel binden (darunter die die Schwere kompensierende Kraft); eine tangentiell zur Kreisbahn liegende Komponente, welche die Gasreibung ausgleicht; eine bezüglich der Kreisbahn radiale, die der Zentrifugalkraft entgegenwirkt (es wurde z. B. eine Kraft vom 75fachen Wert der Schwerkraft ermittelt); eine auf der überlagerten Schraubenbahn senkrechte, zentripetal wirkende; eine die Reibung kompensierende Komponente in der auf die Kreisbahn senkrechten Ebene; eine, welche die Achsenrotation erzeugt.

3. In einem bis zu $1 \cdot 10^{-6}$ mm Hg vorgetriebenen Hochvakuum wurden an entgasten Probekörpern sowohl das Vorhandensein lichtpositiver und lichtnegativer Photophorese als auch Rotationen der Teilchen mit Frequenzen bis zu 3000/sec festgestellt.

Symmetrische Quantisierung.

Von

Walter Thirring, Wien.

(Eingelangt am 30. Juni 1949.)

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß sich der in Raum und Zeit symmetrische Quantisierungsformalismus ohne jegliche korrespondenzmäßige Annahme, allein aus Invarianzforderungen, zwangsläufig ergibt.

Wir legen unseren Betrachtungen der Einfachheit halber ein reelles skalares Feld zugrunde; andere Feldtypen lassen sich analog behandeln. Als Feldgleichung nehmen wir die Vakuumgleichungen an, denken uns also das Feld durch eine Wechselwirkungsdarstellung entkoppelt:

$$(\square - \mu^2)\psi_{(x)} = 0. \quad (1)$$

Die Vertauschungsrelationen setzen wir zunächst noch unbestimmt an:

$$[\psi_{(x)}, \psi_{(x')}] = f(x, x'), \quad f = ? \quad (2)$$

Zur Bestimmung der Funktion f stehen uns vier Bedingungen zur Verfügung:

1. f ist unabhängig von der Wahl des Koordinatenursprunges
2. f ist ein gegenüber der Lorentz-Gruppe invarianter Skalar
3. f genügt der Gleichung (1)
4. f ändert bei Vertauschung von x mit x' sein Vorzeichen.

Aus 1. ergibt sich, daß f nur von der Differenz der Weltkoordinaten, aus 2., daß f nur von dem Weltabstand abhängt. Zur Erfüllung von 3. schreiben wir (1) in vierdimensionale Polarkoordinaten um und berücksichtigen nur Abhängigkeit vom Weltabstand:

$$\lambda = \sqrt{c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2}, \quad f(x, x') = f(x - x') = f(\lambda)$$

$$(\square - \mu^2)f = \left(-\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} - \frac{3}{\lambda} \frac{\partial}{\partial \lambda} - \mu^2 \right) f = 0.$$

Als Lösung davon ergibt sich

$$f = \frac{J_1(\mu\lambda)}{\mu\lambda}, \quad (3)$$

wobei ein Zahlfaktor unbestimmt bleibt. Die andere mögliche Lösung mit einer *Neumannschen* Funktion ist aus physikalischen Endlichkeitsforderungen auszuschließen. Aus 4. folgt zunächst, wenn wir f sinnvollerweise als stetig annehmen, daß f auf einem unendlichen dreidimensionalen Gebiet, welches durch den Koordinatenursprung geht und bei Spiegelung um diesen in sich übergeführt wird, identisch verschwindet. Als invariante Funktion verschwindet f daher in dem gesamten vierdimensionalen invarianten, das dreidimensionale Gebiet umfassenden Raum-Zeit-Gebiet. Als dieses wählt man aus physikalischen Gründen alle zum Ursprung raumartig gelegenen Weltpunkte und erhält daher für f :

$$f(\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\mu\lambda} J_1(\mu\lambda) & \text{für } L > 0 \\ 0 & \text{für } L < 0 \end{cases} \quad L = \lambda^2. \quad (4)$$

Durch diese Abänderung genügt f am Lichtkegel nicht mehr der Gleichung (1), man kann dies aber durch Hinzufügen einer Delta-Funktion kompensieren:

$$f(\lambda) = \delta(\lambda^2) - \frac{\mu^2}{2} \begin{cases} \frac{1}{\mu\lambda} J_1(\mu\lambda) & L > 0, \\ 0 & L < 0. \end{cases}$$

Daß nun f die gewünschte Gleichung erfüllt, zeigt eine einfache Rechnung mit Verwendung der Beziehung:

$$x \delta_{(x)}^{(n)} = -n \delta_{(x)}^{(n-1)}. \quad (5)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}(\square - \mu^2)f &= \left(L \frac{\partial^2}{\partial L^2} + 2 \frac{\partial}{\partial L} + \frac{\mu^2}{4} \right) \left[\delta(L) - \frac{\mu^2}{4} \begin{cases} 1 - \frac{L\mu^2}{8} + \frac{L^2\mu^4}{192} \dots & L > 0 \\ 0 & L < 0 \end{cases} + \dots \right] \\ &= \frac{\mu^2}{4} \delta(L) + \dots + 2 \left(-\frac{\mu^2}{4} \delta(L) + \frac{\mu^4}{32} \dots \right) + L \left(-\frac{\mu^2}{4} \delta'(L) + \frac{\mu^4}{32} \delta(L) + \dots \right) = \dots \end{aligned}$$

Zur endgültigen Erfüllung von Bedingung 4. müssen wir f noch mit einem Faktor ε multiplizieren, welcher $+1$ oder -1 ist, wenn t negativ oder positiv ist. Den noch unbestimmten Zahlfaktor bestimmen wir so, daß folgende Beziehung gilt:

$$\int_5 \left[\psi_{(x)}, \frac{\partial \psi_{(x')}}{\partial x'_{\mu}} \right] \bar{f}(x') d\sigma_{\mu} = -i \bar{f}(x); \quad \bar{f} \text{ beliebig.} \quad (6)$$

σ ist hier eine raumartige dreidimensionale Fläche durch x . Durch diese Bedingung erhält f , wie wir sofort beweisen wollen, folgende endgültige Gestalt, welche wir wie üblich mit einem großen Delta bezeichnen:

$$[\psi(x), \psi(x')] = i \Delta(x - x'),$$

$$\Delta(x) = \frac{\varepsilon}{2\pi} \left(\delta(x^2) - \frac{\mu^2}{2} \begin{cases} \frac{1}{\mu L} J_1(\mu L) & L > 0 \\ 0 & L < 0 \end{cases} \right) \quad (7)$$

Zum Beweis von (6) führen wir vierdimensionale Polarkoordinaten ein:

$$|\vec{x}| = \lambda \sin \eta, \quad t = \lambda \cos \eta.$$

Für eine raumartige Ebene hat η die Form: $\eta = \alpha - i \frac{\pi}{2}$, $-\infty < \alpha < \infty$.

Wählen wir als σ -Fläche eine solche Ebene konstanten η und führen noch im Raum Polarkwinkel ein, dann schreibt sich (6) nach elementarer Umrechnung:

$$\int_{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \Delta(x) d\sigma_{\mu} = \int_0^{\pi} \sin \eta d\eta \left(\int_0^{\pi} d\varphi \int_{-\infty}^0 dL - \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi \int_0^{-\infty} dL \right) L \frac{\partial}{\partial L} \Delta(x).$$

Hier ist zu beachten, daß die Integrationsfläche ganz im Gebiet L negativ liegt, daß vom Integranden also nur der Teil mit der Delta-Funktion ins Spiel kommt. Da der Integrand mit t das Vorzeichen ändert, erhalten wir:

$$\begin{aligned} & \int_{\sigma} f(x) \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} \Delta(x) d\sigma_{\mu} = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \eta d\eta \left(\int_0^{\pi} d\varphi \int_{-\infty}^0 dL + \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi \int_0^{-\infty} dL \right) L \frac{\partial}{\partial L} \left(\varepsilon \delta(L) \right) \bar{f}(x) \\ & L \frac{\partial}{\partial L} \varepsilon \delta(L) = L \delta(L) \frac{\partial}{\partial L} \varepsilon + \varepsilon L \delta'(L) = -\varepsilon \delta(L) \\ & \int = \left(\int_{-\infty}^0 - \int_0^{-\infty} \right) \delta(L) \bar{f}(x) dL = \bar{f}(0). \end{aligned}$$

Diese Beziehung wird üblicherweise [1, 3] erst durch langwierige und nicht überzeugende korrespondenzmäßige Überlegungen abgeleitet. Wie wir gesehen haben, kann man darauf verzichten, da ohnedies nur eine Möglichkeit für eine wider-

spruchsfreie Quantisierung besteht. *Schwinger* [2] setzt ebenfalls (6) für die *Heisenberg*-Darstellung voraus. Dies ist auch unnötig, da raumartig gelegene Weltpunkte durch dieselbe unitäre Matrix von der Wechselwirkungsdarstellung in die *Heisenberg*-Darstellung transformiert werden, und da aus diesem Grunde die Gleichung (6) sowie die Tatsache, daß Feldfunktionen an raumartig zueinander gelegenen Punkten kommutieren, ebenfalls in der *Heisenberg*-Darstellung bestehen bleiben.

Literatur.

- [1] *Heisenberg, Pauli*, Z. Physik **56**, 1 (1929).
- [2] *Schwinger*, Physic. Rev. **74**, 1445 (1948).
- [3] *Wentzel*, Quantentheorie der Wellenfelder, Wien (1943).

Neuartige Entladungen in magnetischen Feldern.

Von

**Felix Ehrenhaft, R. F. K. Herzog, M. J. Hgatsberger,
F. P. Viehböck und P. M. Weinzierl*).**

I. Physikalisches Institut der Universität Wien.

Mit 4 Abbildungen.

(Eingelangt am 2. Juli 1949.)

In einem evakuierten Gefäß befinden sich zwei Elektroden, Anode und Kathode (siehe Abb. 1); als Kathode dienen die beiden leitend miteinander verbundenen Polschuhe eines Elektromagneten ($N-S$); als Anode A dient ein Messingrohr, das die Kathode umschließt. Verbindet man die Elektroden über einen Schutzwiderstand von 50 000 Ohm mit einer Gleichspannungsquelle von 300 bis 600 Volt, so erhält man bei einem Gasdruck von etwa 0,1 Torr eine Glimmentladung zwischen Kathode und Anode. Erregt man den Elektromagneten auf etwa 5000 Gauß, so beobachtet man zwar eine Gestaltsänderung der Dunkelräume, der Charakter der Entladungsform aber bleibt unverändert. Überzieht man jedoch die Polschuhe mit einer dünnen Schicht eines organischen Isolationsmittels, z. B. Apiezonfett, so tritt folgende auffallende Änderung ein: Außer der obigen Glimmentladung zwischen Kathode und Anode werden an beiden Polschuhen kleine, grell leuchtende, blauweiße Fünkchen sichtbar, von denen bei erregtem Magnetfeld bläuliche Entladungsbahnen ausgehen, die den magnetischen Kraftlinien folgen. Diese Entladungsbahnen sind meist nur Bruchteile einer Sekunde lang beständig; gelegentlich bleiben jedoch einzelne Bahnen auch mehrere Sekunden lang sichtbar. Die Länge der Entladungsbahnen nimmt mit besser werdendem Vakuum zu und reicht in der Regel von einem Polschuh bis etwa zur Symmetrieebene zwischen den Polschuhen. Es wurden jedoch wieder-

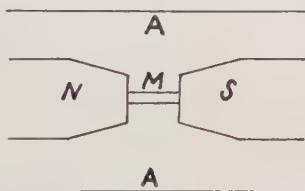


Abb. 1. Versuchsanordnung:
 A Anode; $N-S$ Magnetische Polschuhe
(Kathode); M Messingstift, verbindet
die beiden Polschuhe elektrisch leitend
miteinander.

*) Der wesentliche Inhalt wurde von *F. Ehrenhaft* in der *Physic. Rev.* **75**, 1628 (1949) auszugsweise bekanntgegeben.

holt auch Bahnen beobachtet, die den Kathodendunkelraum durchsetzen und in einem Zuge von einem Polschuh zum andern gehen, die also Punkte gleichen elektrischen Potentials



In Abb. 2 sind im homogenen Teil geradlinige Entladungsbahnen von Pol zu Pol zu sehen. Im inhomogenen Streufeld sieht man ebenfalls Entladungsbahnen, die den magnetischen Kraftlinien folgen. Der Messingstift wurde verwendet, um die Gleichheit des elektrischen Potentials zwischen den zwei magnetischen Polschuhen $N-S$ sinnfällig zu zeigen.

verbinden (siehe Abb. 2, 3 und 4). Die sehr brillante Entladungserscheinung ist außerordentlich eindrucksvoll und erinnert jeden unbefangenen Beobachter an eine Funkenentladung, die



Abb. 3 zeigt ebenfalls die Entladung von Pol zu Pol.

jedoch hier zwischen den auf *gleichem elektrischen, jedoch verschiedenem magnetischen Potential* befindlichen Polschuhen des Magneten überschlägt, die also die Merkmale einer magnetischen Entladung hätte. Diese funkenartigen Entladungsbahnen werden durch die Glimmentladung ausgelöst und verschwinden

mit dieser bei höherem Vakuum oder bei Abschalten der Spannung. Nähert man der Entladung einen weiteren Magneten, so werden die Bahnen entsprechend dem resultierenden Kraftlinienbild abgelenkt. Elektrische Felder haben keinen merklichen Einfluß auf die *Form* der Bahn (daher ist auch für diese Erscheinung die Gestalt und Lage der Anode gleichgültig); jedoch können elektrische Felder eine Spaltung der Entladung hervorrufen, wobei ein Teil auch weiterhin den magnetischen Kraftlinien und ein Teil etwa dem elektrischen Felde folgt¹⁾.

Man wird versuchen, diese Erscheinungen mit den von *J. Plücker*²⁾ gefundenen und von *A. Righi*³⁾ ausführlich unter-

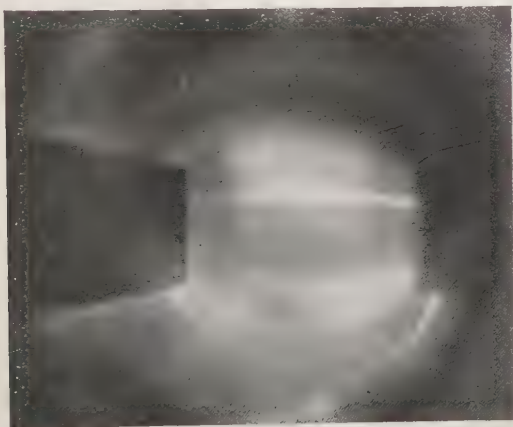


Abb. 4 zeigt dieselbe Entladung ohne Messingstift; die elektrisch leitende Verbindung ist hier außerhalb des Bildes angebracht.

suchten „magnetischen“ Strahlungen in Zusammenhang zu bringen. Diese Strahlungen wurden so gedeutet, daß die Elektronenbahnen durch das Magnetfeld schraubenförmig gekrümmt werden, wobei die Achse der Schraubenbahnen den Kraftlinien folgt und der Durchmesser der Schraube bei den üblichen Versuchsbedingungen nur Bruchteile eines Millimeters beträgt. Die Deutung unserer Versuche unter Benützung dieser Vorstellung stößt aber auf erhebliche Schwierigkeiten: Elektronen, die von einem Polschuh ausgehen, müssen bei dem verhältnismäßig hohen Gasdruck wiederholt mit Gasmolekülen zusammenstoßen und an diese einen Teil ihrer Energie abgeben; sie können daher nicht an eine Stelle gelangen, die gleiches Po-

¹⁾ *J. A. Schedling* und *F. Blaha* haben kürzlich diese Versuche mit einem permanenten Alnicomagneten wiederholt und kamen zu ähnlichen experimentellen Ergebnissen.

²⁾ *J. Plücker*, Pogg. Ann. **103**, 88, 151 (1858).

³⁾ *A. Righi*, Physik. Z. **11**, 158 (1910); **15**, 529 (1914).

tential wie der Ausgangspunkt hat; es wurde jedoch mit Sicherheit festgestellt, daß die Entladungsbahnen diese Punkte miteinander verbinden. Ein solches Verhalten wäre verständlich, wenn der Gleichspannung eine hochfrequente Wechselspannung überlagert wäre, wie dies von *J. Ives*⁴⁾ zur Deutung der *Righi*schen Versuche vorgeschlagen wurde. Untersuchungen mit einem Kathodenstrahloszillographen zeigten jedoch, daß keine hochfrequenten Schwingungen auftreten, abgesehen von kleinen, kurzzeitigen Spannungsschwankungen, die durch Gasausbrüche in der Entladung verursacht wurden und die zur Deutung der Erscheinung nicht herangezogen werden können.

Nimmt man an, daß Elektronen, nachdem sie die Symmetrieebene zwischen den Polschuhen passiert haben, positive Gasionen durch Stoß erzeugen, so werden letztere unter der Wirkung des elektrischen Feldes auf den zweiten Polschuh fallen und dort sekundäre Elektronen auslösen, die sich schraubenförmig gegen den ersten Polschuh bewegen und hier einen ähnlichen Vorgang auslösen werden. Die Schwierigkeit einer solchen Auffassung besteht darin, daß schwere Ionen Schraubenbahnen mit wesentlich größerem Radius beschreiben sollten, die beobachtbar sein müßten, jedoch nicht gefunden wurden. Mag sein, daß dies die Folge einer starken Raumladung ist, die, ähnlich wie bei den Fadenstrahlen, konzentrierend wirkt. Es ist jedoch denkbar, daß derartige Vorstellungen den Kern der Erscheinung überhaupt nicht treffen und durch grundlegend neue zu ersetzen sind⁵⁾. Folgender Versuch spricht hiefür: Umgibt man die leitend miteinander verbundenen Polschuhe mit einem dünnmaschigen Drahtnetz, das ebenfalls mit den Polschuhen leitend verbunden ist, so beobachtet man immer noch die Entladungsbahnen zwischen den Polschuhen, wenngleich ihre Zahl wesentlich abgenommen hat. Die Bahnen verlaufen hier zur Gänze in einem Raum, der gegen das elektrostatische Feld der Anode praktisch völlig abgeschirmt ist. Etwaige Potentialunterschiede in diesem Raum könnten nur durch eine Raumladung verursacht werden, die von der außerhalb des Gitters vorhandenen Glimmentladung herrührt. Es erscheint jedoch unglaublich, daß diese Raumladung viele Sekunden lang besteht, und im Inneren des Käfigs so große Werte annehmen kann, daß eine funkenartige Entladung entsteht.

⁴⁾ *J. Ives*, *Physic. Rev.* **9**, 349 (1917).

⁵⁾ *Zusatz bei der Korrektur*: Gleichzeitig sei hier auf eine in den *Rediconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere* in Druck befindliche Arbeit der Autoren „Zu *A. Righi*s Magnetischen Strahlen“ verwiesen, die dieses Thema von einem allgemeineren, grundlegenden Standpunkt aus behandelt.

Über Bewegungen metallischer Probekörper der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-5} cm im homogenen magnetischen Feld eines Permanentmagneten unter zeitweisigem Lichtausschluß; der magnetische Burst.

Von

Josef A. Ferber.

I. Physikalisches Institut der Universität Wien.

Mit 13 Abbildungen.

(Eingelangt am 2. Juli 1949.)

I. Einleitung.

In Analogie zu der von *Maxwell* gegebenen Definition der elektrischen Ladung¹⁾ bezeichnet *F. Ehrenhaft* Probekörper (Pk.), die eine Bewegungskomponente in oder gegen die Feldrichtung des homogenen magnetischen Feldes aufweisen, als Träger einer magnetischen Ladung oder eines magnetischen Ladungsüberschusses²⁾. *Ehrenhaft* setzt, wie dies auch im analogen elektrischen Fall üblich ist, die Kraft, die die Bewegung in Feldlinienrichtung hervorruft, mit

$$K_m = q \cdot H$$

an, wobei q die Größe der magnetischen Ladung und H die angelegte magnetische Feldstärke sind.

Ändert sich die Bewegungskomponente in Feldrichtung bei konstanter magnetischer Feldstärke, so entspricht dies nach dem Ansatz einer Änderung des magnetischen Ladungszustandes des betreffenden Pk.

Ehrenhaft und seine Schüler hatten sich zuerst mit der Bewegung von mikroskopischen Pk. in inhomogenen magnetischen Feldern befaßt³⁾. Dabei ergaben sich bereits gewisse Unstimmigkeiten, die erst viel später aufgeklärt wurden⁴⁾. Im Jahre

1) *J. C. Maxwell*, *Electricity and Magnetism*, übersetzt durch *B. Weinstein*, J. Springer-Verlag, Berlin, p. 48 und 70 (1883).

2) *F. Ehrenhaft*, J. Frank. Inst. 230, No. 3, September 1940.

3) *F. Ehrenhaft*, C. r. 182, 1138 (1926); Z. Physik 39, 43 (1926); Physikal. Z. 27, 866 (1926).

4) *F. Ehrenhaft*, C. r. 225, 926 (1947).

1930 fand *Ehrenhaft*, daß es Pk. gibt, die unter Lichtbestrahlung in oder gegen die Feldrichtung eines homogenen magnetischen Feldes wandern. Er nannte diese Erscheinung Magnetophotophorese⁵⁾. Diese Versuche wurden anschließend von *E. Reeger* ausgebaut⁶⁾. Es wurde festgestellt, daß die Magnetophotophorese wesentlich von der Intensität und der Frequenz des Lichtes abhängt.

Die Magnetisierung der Materie durch Licht wurde bereits 1812 von *Domenico Morichini*⁷⁾ gefunden und anschließend von *Sommerville*⁸⁾ und *Zantedeschi*⁹⁾ bestätigt. 1827 beobachtete *Baumgartner* in Wien¹⁰⁾, daß die Magnetisierung durch Licht eine permanente oder auch nur eine temporäre sein kann. Mit diesen Tatsachen setzte sich *Ehrenhaft* in seiner Erklärung der Magnetophotophorese und anderer Erscheinungen auseinander¹¹⁾. Es muß festgestellt werden, daß bei allen diesen Versuchen ursprünglich auf einen makroskopischen Eisenblock mittels Bestrahlung ein kleiner Magnetpol gesetzt und sein Vorhandensein mit einer makroskopischen Magnethnadel nachgewiesen wurde. Man kann sich leicht ein Bild von der Unempfindlichkeit dieser Methode machen. Kraftmessungen unter 10^{-6} dyn können so nicht vollzogen werden. Bei *Ehrenhafts* Methode der kleinen Teilchen, deren jedes gleichzeitig Magnetpol und Meßinstrument ist, steigt die Empfindlichkeit aber wesentlich. Kraftmessungen bis 10^{-10} dyn sind einwandfrei durchführbar. Damit lassen sich also alle Zweifel an der Magnetisierung der Materie durch Licht beheben. Solche Zweifel an den Versuchen *Morichinis* basierten auf Versuchen von *Rieß* und *Moser*¹²⁾; Einwände gegen die *Ehrenhaftschen* Untersuchungen und ihre Interpretation wurden von *Edie* und *Focken* gemacht¹³⁾. Allein man kann nicht aus dem Mißlingen eines Versuches, aus dem Nichtauffinden eines Effektes darauf schließen, daß dieser Effekt nicht existiert. Die negativen Versuchsergebnisse gehen hier auf die Unempfindlichkeit der Methode zurück.

Ehrenhaft warf im Anschluß an die Entdeckung der Magnetophotophorese die Frage auf, ob auch eine magnetische Dunkelladung existiere, d. h. ob es Pk. gibt, die sich ohne Lichteinwirkung in oder gegen die Richtung der Feldlinien eines

⁵⁾ *F. Ehrenhaft*, C. r. **190**, 263 (1930); Physikal. Z. **31**, 478 (1930).

⁶⁾ *E. Reeger*, Z. Physik **71**, 666 (1931).

⁷⁾ *D. Morichini*, Gilb. Ann. **43**, 212 (1813); **46**, 367 (1814).

⁸⁾ *M. Sommerville*, Gilb. Ann. **82**, 493 (1826); Ann. Chim. Phys. **33**, 393 (1826).

⁹⁾ *F. Zantedeschi*, Gilb. Ann. **92**, 187 (1829).

¹⁰⁾ *V. Baumgartner*, Gilb. Ann. **85**, 508 (1827).

¹¹⁾ *F. Ehrenhaft*, Nature **147**, 297 (1941); J. Frank. Inst. **233**, No. 3 (1942).

¹²⁾ *Rieß* u. *Moser*, Pogg. Ann. **16**, 563 (1829).

¹³⁾ *E. G. Edie* and *C. M. Focken*, Trans. Roy. Soc. N. Z. **71**, Part I (1941); Nature **148**, 438, Oktober 1941.

homogenen magnetischen Feldes bewegen. Seine Beobachtungen ergaben, daß eine solche Bewegung vorhanden ist.

In der vorliegenden Arbeit wird der mikrophotographische Beweis der Existenz von magnetischen Dunkelladungen erbracht und diese Erscheinung durch quantitative Daten beschrieben.

II. Die Versuchsanordnung.

Zurückgehend auf die von *F. Ehrenhaft* 1909 für die Beobachtung von Bewegungen elektrisch geladener Pk. in homogenen elektrischen Feldern und die Messung der Ladung dieser Pk. entwickelte Methode¹⁴⁾ stellt die bei diesen Versuchen verwendete Anordnung (Abb. 1) eine Modifikation der bereits bekannten Anordnung *Ehrenhafts*¹⁵⁾ dar.

Sie besteht aus einer Beobachtungskammer (1), einer Lichtquelle (3), einem Kondensor (4), einer Irisblende (5), einer optischen Kühlung (6), einer mittels eines Elektromagneten ausgelösten Blende (7), einem totalreflektierenden Prisma (8), einem Beleuchtungsobjektiv (9) und einem Beobachtungsmikroskop. Als Lichtquelle findet eine Kohlenbogenlampe Verwendung (220 V, 20 A). Die beiden Kondensorlinsen werden so eingestellt, daß das Bild des Lichtbogens unmittelbar vor dem Beleuchtungsobjektiv abgebildet wird. Mittels der Irisblende wird der Strahl passend begrenzt und durchsetzt dann in einer Wasserkammer eine Lösung von *Mohrschem Salz* (Kühlungsweg 170 mm)¹⁶⁾. Nach Austritt aus dem auf das totalreflektierende Prisma aufgesetzten Objektiv (Reichert 1,2 oder 3) bildet der Strahl in der Zelle einen Doppelkegel mit geringem Öffnungswinkel, dessen Achse vertikal und parallel zur Längsachse der Zelle verläuft und dessen Scheitel in der Zellenmitte liegt. Die Intensität des beleuchtenden Strahles wird so gering als möglich gehalten, um photophoretische Bewegungen zu vermeiden.

Das Beobachtungsmikroskop kann in drei aufeinander senkrecht stehenden Richtungen bewegt werden und gestattet die Beobachtung der Vorgänge in der Zelle von vorne und senkrecht zur Lichtrichtung, d. h. die Beobachtung erfolgt im Dunkel-feld; man sieht also die Pk. als hell leuchtende Scheibchen gegenüber dem dunklen Hintergrund. Die Beobachtungsoptik besteht aus einem Objektiv Reichert 2 (n. A. 0,15, $f = 28$ mm) und einem Okular Reichert 6fach, die Tubuslänge beträgt 200 mm.

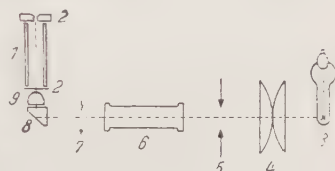


Abb. 1.

¹⁴⁾ *F. Ehrenhaft*, Wiener Akad. Anz. 4, III (1909).

¹⁵⁾ *F. Ehrenhaft*, C. r. 225, 926 (1947).

¹⁶⁾ Ferro-Ammonium sulfuricum, Schering-Kahlbaum AG., Berlin.

Der zentrale Teil der Anordnung ist wie folgt zusammengesetzt: Zur Erzeugung des homogenen magnetischen Feldes wird ein Alnico-V-Magnet verwendet¹⁷⁾. Er trägt zwei quaderförmige Polschuhe aus weichem, remanenzarmen Eisen von $50 \times 40 \times 30$ mm, die einen Luftspalt von 8 mm frei lassen. Die Feldstärke im Luftspalt beträgt im homogenen Teil 4980 ± 10 Örsted. In diesen Luftspalt wird eine quadratische Glaszelle eingeführt, die einen inneren Querschnitt von 6×6 mm hat und 60 mm lang ist. Für die Mikrophotographien wurde die Zelle auf 20 mm Länge verkürzt und wurden die Polschuhe ent-



Abb. 2.

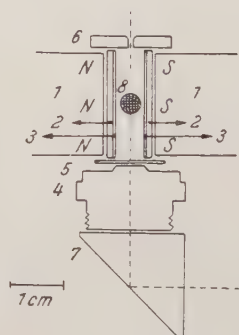


Abb. 3.

1 Polschuhe, 2 Glaszelle, 3 Metallfolien, 4 Beleuchtungsobjektiv, 5 Deckgläschen, 6 Plexiglasdeckel, 7 totalreflektierendes Prisma, 8 Gesichtsfeld des Beobachtungsmikroskops.

sprechend verkleinert. Die Zelle ist an ihrer Vorderfläche optisch plan geschliffen, ihr unteres Ende ist durch ein Deckgläschen verschlossen, während ihre obere Öffnung einen Plexiglasdeckel trägt, in den ein Loch von 0,5 mm Durchmesser gebohrt ist. Seitenwände und Rückwand der Zelle sind außen dunkel lackiert, die inneren, den Polschuhstirnflächen parallelen Seitenwände der Zelle sind mit Metallfolien überzogen und diese zusammen mit dem Magneten geerdet. Die Abb. 2 zeigt eine Photographie des zentralen Teiles der Anordnung; Abb. 3 gibt eine Prinzipskizze der verkürzten Anordnung.

Für die Mikrophotographien trägt das Beobachtungsmikroskop ein Doppelokular (Leitz), so daß eine gleichzeitige Beobachtung der Vorgänge während der Photographie möglich ist. Hinter dem Okular steht die Kamera (Cine Exacta, Zeiß Tessar

¹⁷⁾ Ein Alnico-V-Magnet besteht aus: 0,05% C, 0,2% Si, 0,2% Mn, 14% Ni, 8,3% Al, 24% Co, 3% Cu, der Rest Fe.

$f = 5 \text{ cm}$) und zwischen beiden eine durch einen Elektromagneten auslösbare Blende, die den Auslöser der Kamera ersetzt. Die einzelnen Teile der Anordnung sind auf einen massiven Hartholzblock montiert.

Es wurden für diese Versuche als Pk. Metallpulver¹⁸⁾ aus Fer Omega¹⁹⁾ und Chrom verwendet. Während bei Fer Omega die einzelnen Teilchen ziemlich genau kugelförmig sind, weisen die Chrompartikeln große Abweichungen von der regulären Gestalt auf. Daraus ist sofort zu ersehen, daß unter Verwendung des *Stokesschen* Gesetzes für die Bewegung von Kugeln im widerstehenden Medium die an Chrom erhaltenen Werte nur überschlagsmäßigen Charakter haben.

Leermessungen bei entferntem Magneten ergeben an beiden Substanzen nur vollkommen unabgelenkte Fallbewegung der einzelnen Teilchen.

Da bei Verwendung des Alnico-V-Magneten die Möglichkeit der Kommutation der Feldrichtung wegfällt (sofern man von einer rein mechanischen Drehung absieht), ist es notwendig, die Homogenität des Feldes auf andere Art zu überprüfen. Am einfachsten geschieht dies an Hand der Pk. selber. Wäre eine Inhomogenität in dem Bereiche des Feldes, in dem die Beobachtungen vorgenommen werden, vorhanden, dann müßten alle Pk. — gemäß ihrer para- oder ferromagnetischen Eigenschaften — nach einer Richtung hin abgelenkt werden. Die Beobachtung aber zeigt:

1. Die überwiegende Anzahl der Pk. fällt unabgelenkt, also unbeeinflußt durch das Magnetfeld.

2. Ein weiterer Beweis für die Homogenität ist die Tatsache, daß ungefähr gleich viele Teilchen zu Nord und Süd abgelenkt werden, und

3. daß es Pk. gibt, die traversieren, d. h. in der Zelle zum entfernteren Polschuh laufen.

III. Meßergebnisse.

Die Pk. werden durch das Loch in der Plexiglasplatte in die Zelle gebracht und im homogenen Teil des magnetischen Feldes beobachtet. Rein qualitativ lassen sich an den Pulverteilchen nach ihrem Verhalten zwei große Gruppen unterscheiden:

¹⁸⁾ Metallpulver der Firmen: Metals Desintegration Inc. Co., New Jersey, und Eimer and Amend, New York.

¹⁹⁾ Fer Omega ist reinstes Eisenpulver, erzeugt aus Eisenkarbonyl, s. A. Mittasch, Z. angew. Ch. 41, 831 (1928).

a) Pk., deren Fallbewegung durch das Magnetfeld in keiner Weise beeinflußt wird (Abb. 4).

b) Solche Pk., deren Bahnen mit der Vertikalen einen jeweils konstanten Winkel einschließen (Abb. 5). Manche von diesen traversieren.

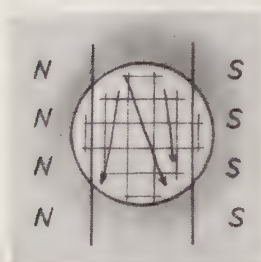


Abb. 4.

Zur Beobachtung der Bewegungsformen der Pk. im Dunkeln geht man wie folgt vor:

Man beobachtet die Teilchen und betätigt beim Durchgang durch eine Marke die elektromagnetische

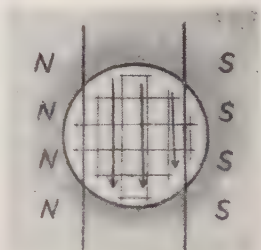


Abb. 5.

Blende, so daß das Licht unterbrochen ist. Nach dem Wiederaufblenden hat man dann die beiden Bahnteile im Licht zur Auswertung und kann in einfacher Weise auf das im Dunkeln zurückgelegte Bahnstück schließen.

Bei diesen Beobachtungen stellt man fest:

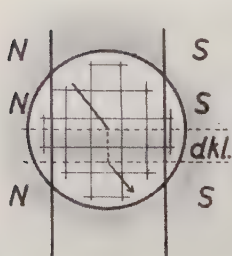


Abb. 6.

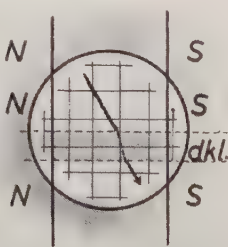


Abb. 7.

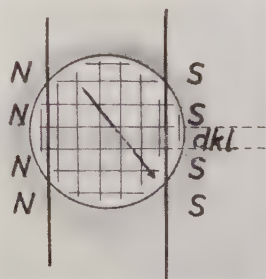


Abb. 8.

a) Es gibt Pk., die im Licht eine Bewegungskomponente in Feldrichtung zeigen und diese vollkommen verlieren, wenn man die Beleuchtung unterbricht. Blendet man die Beleuchtung wieder auf, so erhalten sie ihre Ablenkung wieder, und dies kann man wiederholen (Abb. 6).

b) Eine andere Gruppe von Teilchen verliert ihre Bewegung in Feldrichtung im Dunkeln nur teilweise (Abb. 7).

c) Weiters kann man Pk. beobachten, die ihre volle Bewegungskomponente in Feldrichtung im Dunkeln beibehalten (Abb. 8).

Zur Berechnung der magnetischen Ladungswerte geht man in einfacher Weise wie folgt vor: Aus der Fallgeschwindigkeit berechnet man unter Verwendung des *Stokesschen* Gesetzes²⁰⁾ und der Annahme der Kugelgestalt der Pk. den Radius und das Gewicht derselben zu:

$$a = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_f}{2 \cdot g \cdot s}}$$

$$mg = \frac{4 \cdot \pi \cdot a^3 \cdot s \cdot g}{3}$$

Der Winkel, den ein abgelenkter Pk. mit der Vertikalen einschließt, ergibt in seinem Tangens ein Maß für die Ladung q :

$$q = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha}{H}$$

Ist der Ablenkungswinkel im Licht von dem im Dunkeln verschieden, so läßt sich dem Ansatz gemäß eine magnetische Ladungsdifferenz bestimmen:

$$q_h = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha_h}{H}$$

$$q_d = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha_d}{H}$$

$$\delta q = q_h - q_d$$

Die Meßergebnisse und die daraus berechneten Ladungswerte:

Fer Omega:

Lfd. Nr.	v_f 10 ⁻² cm/s	a 10 ⁻⁴ cm	$\operatorname{tg} \alpha_h$	$\operatorname{tg} \alpha_d$	q_h	q_d	δq
					10 ⁻¹² m. st. Einh.		
1	6,13	0,83	1/4	1/12	0,88 N	0,30 N	0,58 N
2	8,50	0,98	1/6	1/6	0,97 S	0,97 S	0,00
3	3,74	0,65	1/6	1/12	0,28 S	0,14 S	0,14 S
4	10,20	1,07	1/5	1/6	1,51 S	1,26 S	0,25 S
5	5,46	0,78	2/3	1/6	1,98 N	0,50 N	1,48 N
6	10,94	1,11	1/2	1/8	4,24 S	1,06 S	3,18 S
7	3,83	0,66	1/3	0	0,58 N	0,00	0,58 N
8	6,95	0,89	1/4	0	1,07 N	0,00	1,07 N
9	3,93	0,66	1/5	1/5	0,36 S	0,36 S	0,00
10	7,65	0,93	1/3	0	1,63 N	0,00	1,63 N
11	8,06	0,95	1/6	1/12	0,88 S	0,44 S	0,44 S
12	6,95	0,88	1/2	0	2,14 S	0,00	2,14 S
13	3,48	0,63	1/4	1/6	0,38 S	0,25 S	0,13 S

²⁰⁾ Eine Präzisierung durch Verwendung des *Stokesschen* Gesetzes mit einer der angebrachten Korrekturen tritt nicht ein; diese geringen Unterschiede liegen innerhalb der Meßgenauigkeit.

Chrom:

Lfd. Nr.	v_f 10^{-2} cm/s	a 10^{-4} cm	$\text{tg } \alpha_h$	$\text{tg } \alpha_d$	q_h	q_d 10^{-12} m. st. Einh.	δq
1	11,80	1,18	1/6	1/24	1,60 N	0,40 N	1,20 N
2	5,89	0,83	1/3	0	1,13 S	0,00	1,13 S
3	9,57	1,06	1/5	1/8	1,40 N	0,88 N	0,52 N
4	4,78	0,75	1/3	0	0,83 N	0,00	0,83 N
5	3,56	0,65	1/2	0	0,80 S	0,00	0,80 S
6	7,28	0,93	1/6	1/12	0,77 S	0,39 S	0,38 S

Bei den Mikrophotographien ist der Vorgang der folgende:
Die Teilchen werden bei ihrer Bewegung durch die Beobachtungskammer mit dem horizontalen Mikroskop beobachtet.

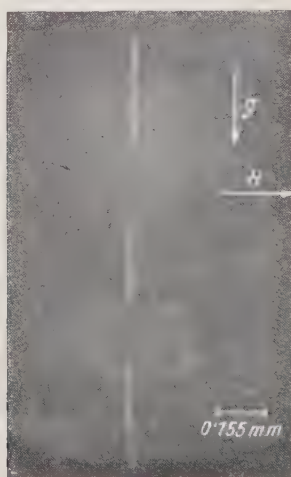


Abb. 9.



Abb. 10.

Sobald man ein passendes Teilchen im Gesichtsfeld hat, wird durch Betätigung der elektromagnetischen Blende die Kamera freigegeben. Während des Durchganges des Pk. durch das Gesichtsfeld wird die Beleuchtung mehrmals für 0,5 bis 1,5 sec unterbrochen. Das Doppelokular gestattet es, die Scharfeinstellung auf die einzelnen Teilchen unter Kontrolle zu halten und nötigenfalls zu korrigieren.

Abb. 9 zeigt einen unabgelenkten Fer Omega-Pk. im homogenen Magnetfeld von 7000 Örsted.

Fallgeschwindigkeit	$v_f = 15,2 \cdot 10^{-3}$ cm/sec
Radius	$a = 4,08 \cdot 10^{-5}$ cm
Gewicht	$mg = 2,17 \cdot 10^{-9}$ dyn

Die Abweichung von der unabgelenkten Fallbewegung im letzten Drittel der Bahn ist nicht protokollarisch festgehalten.

Abb. 10 zeigt einen abgelenkten Fer Omega-Pk., der seine magnetische Ladung im Dunkeln vollkommen beibehält.

Fallgeschwindigkeit	$v_f = 20,7 \cdot 10^{-3} \text{ cm/sec}$
Radius	$a = 4,48 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$
Magnetische Feldstärke	$H = 7000 \text{ Örst}$
Magnetische Ladung	$q = 6,6 \cdot 10^{-14} \text{ m. st. Einh. N}$

Ob die Krümmung im letzten Teil der Bahn als Umladung zu deuten ist, steht nicht fest.

Abb. 11 zeigt ein Fer Omega-Teilchen, das seine Ablenkung im Dunkeln vollkommen beibehält.

Fallgeschwindigkeit	$v_f = 31,0 \cdot 10^{-3} \text{ cm/sec}$
Radius	$a = 5,82 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$
Magnetische Ladung	$q = 8,8 \cdot 10^{-14} \text{ m. st. Einh. S}$

Abb. 12 zeigt ein Fer Omega-Teilchen, das seine Ablenkung im Dunkeln vollkommen verliert. Dieser Pk. war sehr klein,

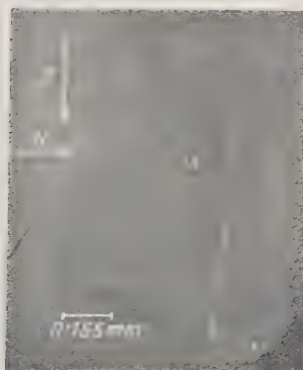


Abb. 11.

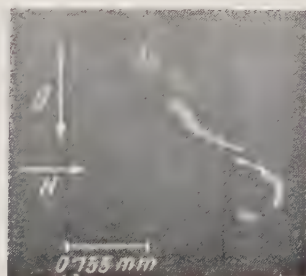


Abb. 12.

die Schwankungen in der Bahn dürften auf die *Brownsche* Bewegung zurückzuführen sein.

Fallgeschwindigkeit	$v_f = 2,16 \cdot 10^{-3} \text{ cm/sec}$
Radius	$a = 1,55 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$
Magnetische Ladung im Licht	$q_h = 1,59 \cdot 10^{-14} \text{ m. st. Einh. N}$
Magnetische Ladung im Dunkeln	$q_d = 0,00$

Daß es sich dabei um keine Trägheitserscheinungen der Pk. handelt, kann man leicht einsehen. Die Zeit, die notwendig ist, damit ein Pk. dieser Größe die *Stokessche* Geschwindigkeit bis auf 1% genau erreicht, ergibt sich aus

$$t_{1\%} = m \cdot B \cdot \ln(100)$$

und liegt zwischen 10^{-2} und 10^{-7} sec.

IV. Der magnetische Burst.

Unter dem magnetischen Burst verstehen wir nach *Ehrenhaft* die Erscheinung, daß ein Konglomerat von Teilchen unter Einwirkung eines homogenen magnetischen Feldes in mehrere Einzelteilchen zerfällt, deren jedes eines der bereits beschriebenen Verhalten zeigt, etwa so, wie es in Abb. 13 schematisch dargestellt ist.

Die Einzelteilchen bewegen sich nach der Trennung entsprechend ihren magnetischen Ladungen und sonstigen Eigenschaften. Für den Zeitpunkt des Zerfallens innerhalb des homogenen magnetischen Feldes läßt sich kein Kriterium angeben,

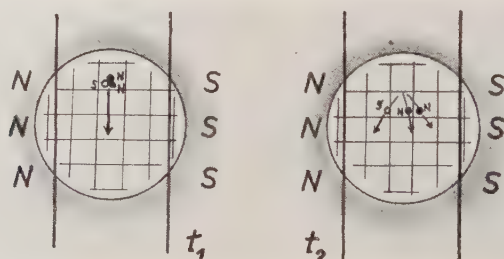


Abb. 13.

doch scheint die Intensität der Beleuchtung eine gewisse Rolle zu spielen.

Diese Erscheinung konnte bei diesen Untersuchungen oftmals wiederbeobachtet und auch durch quantitative Daten festgehalten werden.

Man kann auf die bereits beschriebene Art Radius, Gewicht und magnetische Ladung des Konglomerats und auch der Einzelteilchen bestimmen, und die folgenden Resultate zeigen, daß die Gesamtmasse mit der Summe der Massen der Einzelteilchen gut übereinstimmt, daß aber auch die magnetische Ladung des Konglomerats mit der Summe der magnetischen Ladungswerte der Einzelteilchen zusammenfällt.

Für Omega:

	v_f 10 ⁻² cm/sec	a 10 ⁻⁴ cm	mg 10 ⁻⁸ dyn	tg	q 10 ⁻¹² m. st. Einh.
I	12,75	1,20	5,27	0	0,00
Ia	5,46	0,78	1,48	1/5	0,59 N
Ib	6,95	0,89	2,13	1/4	1,07 N
Ic	6,38	0,85	1,88	1/2	1,89 S

Dabei fiel das Konglomerat I unabgelenkt, hatte also die magnetische Ladung 0,00, die Einzelteilchen wurden nach ver-

schiedenen Seiten abgelenkt, trugen also nord-, bzw. süd magnetische Ladung.

Chrom:

II	10,20	1,09	3,82	1/8	0,96 N
IIa	9,00	1,03	3,18	1/12	0,51 N
IIb	3,01	0,59	0,61	1/3	0,41 N

Das ursprüngliche Teilchen zerfiel in zwei Einzelteilchen. Alle drei zeigten nordmagnetisches Verhalten.

Die auftretenden Differenzen zwischen den Massen, bzw. Ladungswerten liegen innerhalb der Meßgenauigkeit.

V. Zusammenfassung.

Die bereits von *F. Ehrenhaft* beobachteten Bewegungen mikroskopischer Pk. verschiedener Substanzen in oder gegen die Feldrichtung eines homogenen magnetischen Feldes unter gleichzeitiger Lichteinwirkung konnten bestätigt werden. Ebenso konnte die Existenz einer solchen Bewegung unter Lichtausschluß im Rahmen dieser Arbeit durch quantitative Daten und Mikrophotographien bestätigt werden.

Schließlich wurde auch die Erscheinung des magnetischen Bursts wiederbeobachtet und quantitativ festgehalten.

Die magnetischen Ladungswerte, berechnet nach dem Ansatz

$$K_m = q \cdot H,$$

liegen in der Größenordnung 10^{-11} bis 10^{-14} m. st. Einh. Dies steht ebenfalls in guter Übereinstimmung mit *Ehrenhafts* Angaben²¹⁾.

²¹⁾ *F. Ehrenhaft*, C. r. 225, 926 (1947).

Buchbesprechungen.

A General Kinetic Theory of Liquids. Von *M. Born* und *H. S. Green*. Mit 2 Textabb., VII, 98 S. Cambridge: At the University Press. 1949. Geb. 10s. 6d. net.

Das soeben erschienene Werk stellt die Zusammenfassung von sechs Arbeiten dar, welche in den letzten zwei Jahren in den Proceedings of the Royal Society erschienen sind. Die Abschnitte I, II, III, IV, VI bringen eine allgemeine kinetische Theorie der Flüssigkeiten, während V sich mit der allgemeinen kinetischen Begründung der Thermodynamik befaßt. Aus der allgemeinen Theorie werden sämtliche Gleichgewichts- und Bewegungseigenschaften der Flüssigkeiten abgeleitet.

Der letzte Abschnitt VI bringt eine Anwendung der Theorie auf flüssiges Helium II, in welcher die bekannten Eigenschaften qualitativ und quantitativ erklärt werden.

P. Urban, Graz.

Surface Tension and the Spreading of Liquids. Von *R. S. Burdon*. Zweite Auflage. Mit 22 Textabb., XIV, 92 S. Cambridge: At the University Press. 1949. Geb. 12s. 6d. net.

Das in der bekannten Sammlung von Monographien erschienene Werk liegt nunmehr in zweiter Auflage vor. Es wurde gegenüber der ersten Auflage der neueren Literatur Rechnung getragen. Zum Inhalt an sich ist folgendes zu bemerken:

Nach einem kleinen Abriß über die Natur der Oberflächenkräfte wird eine Übersicht über die Messung der Oberflächenspannung gegeben. Hierauf behandelt der Autor die Oberfläche flüssiger Metalle, im speziellen Quecksilber. Den Schluß des Werkes bildet eine Behandlung der Flüssigkeiten auf der Oberfläche von Festkörpern. Ausreichende Literaturzitate ermöglichen es dem Leser, auf die Originalwerke zurückzugreifen. Druck und äußere Form des Werkes sind als friedensmäßig anzusehen. Ein sorgsames Register hebt die Übersichtlichkeit bei Gebrauch.

P. Urban, Graz.

Grundzüge der Tensorrechnung in analytischer Darstellung. Von *A. Duschek* und *A. Hochrainer*. In drei Teilen. II. Teil: Tensoranalysis. Mit 64 Textabb., VII, 338 S. Wien: Springer-Verlag. 1950. S 78.—, sfr. 26.—, \$ 6.—, DM 24.80.

Nunmehr liegt der II. Teil der Grundzüge der Tensorrechnung in analytischer Darstellung vor, deren I. wir bereits vor über einem Jahre besprochen haben. Die damals angeführten Vorteile dieser Darstellung, welche vor allem in einer leichten Verallgemeinerungsmöglichkeit auf n -Dimensionen besteht, brauchen nicht nochmals betont zu werden; da wir in der modernen Wellenmechanik und Kernphysik nicht allein mit vier Dimensionen, sondern bereits mit fünf Dimensionen arbeiten, ist der Vorzug der Schreibweise klar zu ersehen.

Der II. Teil befaßt sich mit der Tensoranalysis und behandelt nach einer Einführung in die Flächen-Kurven-Theorie die Tensorfelder. Hier wird alles Notwendige bereitgestellt, wie die wichtigsten Sätze über Flächen- und Raumintegrale. Hierauf wird das quellen- und wirbelfreie Feld, das Quellen-

feld, das Wirbelfeld und das allgemeine Feld einer gründlichen Behandlung unterzogen. Es wird auf die Randwertprobleme und die *Greensche* Funktion eingegangen, und dann werden die verschiedenen Zusammenhänge durchsichtig erörtert.

Die Schlußkapitel dienen der Verallgemeinerung auf krummlinigen Koordinaten sowie Vektoren und Tensoren in allgemeinen Räumen. Hier findet der Leser das Rüstzeug für das Studium der allgemeinen Relativitätstheorie.

Den Abschluß bilden zwei Anhänge, in welchen die Lösungen zu sämtlichen Aufgaben des I. und II. Teiles des Werkes gegeben sind, wodurch dem Studierenden eine Überprüfungsmöglichkeit seiner Kenntnisse an die Hand gegeben wird. Über die Ausführung des Werkes in friedensmäßiger und mustergültiger Form wurde bereits berichtet.

P. Urban, Graz.

Theorie und Lösungsmethoden des Mehrteilchenproblems der Wellenmechanik. Von P. Gombás. (Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften: Physikalische Reihe: Band II.) Mit 20 Textabb., 268 S. Basel: E. Birkhäuser. 1950. sfr. 24.50, geb. sfr. 29.50.

Das eben erschienene Werk bringt eine einfache Darstellung des Mehrkörperproblems in der Quantenmechanik, welche sowohl für den theoretischen Physiker als auch für den Experimentalphysiker von Bedeutung ist. Es ist nicht mehr notwendig, auf die Wichtigkeit der Problemstellungen einzugehen, da die Entwicklung der letzten Jahre diese klar gezeigt hat. Auch die Nachbargebiete, wie die Chemie, ziehen wertvollen Nutzen aus der Behandlung dieses Zweiges der modernen Wellenmechanik. Der Inhalt des Buches gliedert sich in zwei Teile. Der erste Teil, welcher aus sechs Kapiteln besteht, beschäftigt sich mit den allgemeinen Grundlagen der Theorie. Es wird eine kurze Zusammenfassung der Theorie des Wasserstoffatoms sowie des Wasserstoffmoleküls gegeben. Hierauf wird die wellenmechanische Störungsrechnung entwickelt. Dann folgt im zweiten Kapitel die wellenmechanische Theorie zusammengesetzter Systeme, welche dann im dritten und vierten Kapitel auf Atome, respektive Moleküle angewendet wird. Das fünfte Kapitel behandelt Systeme gleicher Teilchen und bringt einen Abriss der quantenmechanischen Statistiken von *Bose-Einstein* und *Fermi-Dirac*. Das Schlußkapitel des ersten Teiles ist der zweiten Quantelung gewidmet und behandelt das Mehrteilchenproblem auf dieser Grundlage. Im zweiten Teil des Buches, welches sich aus drei Kapiteln zusammensetzt, werden die notwendigen Variationsverfahren sowie ihre Anwendung auf eine große Anzahl von Beispielen erörtert. Hier ist vor allem im achten Kapitel eine gute Zusammenfassung der *Hartreeschen* Methode zu erwähnen, welche sowohl ohne als auch mit Berücksichtigung des Elektronenaustausches eingehend erörtert wird. Im neunten Kapitel wird noch die statistische Methode zur Bestimmung der Elektronenverteilung von höheren Atomen behandelt, welche der Autor in seinem Buche „Die statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendung“ (Springer-Verlag 1949) eingehend erörtert hat. Den Schluß des Werkes bildet eine Zusammenfassung der wichtigsten Formeln sowie ein ausführliches Namenregister. Druck und Ausführung sind mustergültig und kann das Erscheinen des Werkes sowohl vom Standpunkt der Studierenden als auch von dem des Fachmannes wärmstens begrüßt werden.

P. Urban, Graz.

Die Maxwellsche Theorie in veränderter Formulierung. Von L. Kneissler. X, 51 S. Wien: Springer-Verlag. 1949. S 20.—, sfr. 6.60, \$ 1.50, DM 6.—.

Das Büchlein stellt eine Variante der *Maxwellschen* Theorie zur Diskussion. Als Spezialist der theoretischen Starkstromtechnik ist der Ver-

fasser unbefriedigt von der Darstellung des Feldes bei Vorhandensein ferromagnetischer Stoffe. Freilich liegen die Verhältnisse sonst viel einfacher. Nichtsdestoweniger will der Verfasser darum die ganze *Maxwellsche* Theorie von Grund auf reformieren. Dies tut er, indem er statt der wahren Ladungen und Ströme die freien Ladungen und Ströme einführt. In den Grundgleichungen tritt nur \mathcal{E} als einziger Vektor des elektrischen Feldes und \mathcal{B} als einziger Vektor des magnetischen Feldes auf. Entgegen der üblichen Auffassung erklärt der Verfasser die Vektoren \mathcal{D} und \mathcal{H} der *Maxwellschen* Theorie als reine Rechengrößen, die durch Messung nicht bestimmbar seien. Auch in der gebräuchlichen *Maxwellschen* Theorie ist die zu den Grundgleichungen des Verfassers führende Umformung in Verwendung, weil man so durch allgemeine Integration das elektrische Feld aus den freien Ladungen und das magnetische Feld aus den freien Strömen errechnet. Der unmittelbaren Messung zugänglich sind aber die wahren Ladungen und Ströme. So hat man die freien Ladungen und Ströme auf die Materialkonstanten und die wahren Ladungen und Ströme zurückzuführen, um die praktischen Anwendungen der Formeln zu ermöglichen. Das ist aber der Schritt, den der Verfasser zufolge seiner Aversion gegen die Materialkonstanten nicht gehen will. Dann sind seine Gleichungen natürlich praktisch wertlos, wo Materialeigenschaften hineinspielen.

Der Verfasser glaubt zwar, durch bloße Verwendung freier Ladungen und Ströme um die Materialkonstanten herumzukommen. Die freien Ladungen und freien Ströme sind aber wesentlich durch das Material bestimmt. Bei Durchrechnung eines konkreten Falles muß er diese Abhängigkeit in die Formeln einführen, so daß bei allen praktischen Problemen so kein Gewinn gegenüber der gebräuchlichen *Maxwellschen* Theorie zu erzielen ist. Insbesondere lassen sich so die Schwierigkeiten bei ferromagnetischen Stoffen nicht beheben.

Die freien Ströme zur Darstellung der Wirksamkeit eines magnetisierten Materials sind im Gegensatz zur Meinung des Verfassers ältestes Gedanken-gut der gewöhnlichen *Maxwellschen* Theorie. Etwas anderes ist ihre Zurückführung auf *Ampèresche* Molekularströme, was nicht zum Aufgabenkreis einer phänomenologischen Theorie gehört. Auch sieht man heute die *Maxwellschen* Differentialgleichungen als richtig für ruhende Medien an und die *Lorentzschen* Differentialgleichungen als ihre Spezialisierung für den ruhenden Äther. Die dabei vorgenommene Spezialisierung für die Stromdichte

$$J = \rho v$$

als „einen Bruch der Vorstellungen und den Eintritt in einen neuen Gedankenkreis“ zu bezeichnen, ist übertrieben. *Maxwell* hat nur Leitungsströme allein gekannt und erst *Lorentz* die als Elektronenstrom gedeuteten Kathodenstrahlen. Der Bezeichnungswechsel für die Stromdichte ist eine jedem Einsichtigen selbstverständliche Angelegenheit. Der Verfasser führt in seine Grundgleichungen, die auch sonst denen der Elektronentheorie analog sind, ebenfalls die Bezeichnung der Elektronentheorie für die Stromdichte ein, was ein Hauptvorzug seiner Variante sein soll. Bloß den *Lorentzschen* Ansatz für die Kraftdichte vermehrt der Verfasser um ein Zusatzglied, das eine Kraft der Materie auf die strömende Elektrizität bedeuten soll. Mit seiner Hilfe wird er den Erscheinungen des elektrischen Leitungsstromes gerecht.

Zur Behandlung magnetisierten Materials setzt der Verfasser für die Stromdichte die des freien Stromes ein. Bei Behandlung des Elektromagneten kommt er in Widerspruch mit der Erfahrung. Auch der die Mantelfläche des Eisenkernes umkreisende freie Strom verbraucht im stationären Zustand Energie. Wie der Verfasser richtig bemerkt, „kann jedoch dabei keinerlei Energie von außen zugeführt werden“. Darum meint er, daß sie „demnach aus der Materie stammt“. Wie die Elektronentheorie zeigt, führt der Unterschied in der Wirkung der wahren und freien Ladung auf die Unterscheidung

der elektrischen Feldvektoren \mathfrak{D} und \mathfrak{E} , ebenso der Unterschied in der Wirkung des wahren und freien Stromes auf die Unterscheidung der magnetischen Feldvektoren \mathfrak{S} und \mathfrak{B} . Durch Mittelwertbildung wird so aus der Elektronentheorie das Bestehen der *Maxwellschen* Gleichungen für ruhende Medien bewiesen. *Joulesche* Wärme erzeugt aber nur der Leitungsstrom und kein anderer Strom. Der Verfasser glaubt, mit seiner Theorie auch die Elektrodynamik bewegter Körper zu beherrschen. Diese Erörterungen bleiben solange unbefriedigend, als er damit nicht das empirische Grundphänomen aufklären kann, daß sich im bewegten System kein Einfluß der Bewegung in den elektromagnetischen Erscheinungen zeigt. Aber diese Fragen sind durch die Elektronentheorie in Verbindung mit der Relativitätstheorie längst gelöst, eine Beantwortung von seiten der *Maxwellschen* Theorie verlangt man heute nicht mehr. Gegen die *Maxwellsche* Theorie, von der die ganze Entwicklung ausgegangen ist, wird in dem Büchlein erbarmungslos polemisiert. Aber nur weniger Taugliches kann dafür geboten werden. Das Bestreben des Verfassers, für die Beschreibung der Magnetisierung durch freie Ströme zu werben, ist sicherlich zu begrüßen. Dies ist aber ebensogut im Rahmen der gebräuchlichen *Maxwellschen* Theorie möglich. Jedenfalls aber führt das Büchlein in verständlicher Weise gründlich in den Fragenkomplex ein, und der Leser, der sich selbst ein Urteil bildet, wird, herausgefordert durch den Geist der Verneinung, vielleicht gerade zu jener Bewunderung der *Maxwellschen* Theorie geführt, die *Boltzmann* in den Worten zum Ausdruck brachte: „War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb, . . .?“

L. Flamm, Wien.

Ausgewählte Kapitel aus der Physik. Nach Vorlesungen an der Technischen Hochschule in Graz. Von K. W. F. Kohlrausch. In fünf Teilen. V. Teil: Aufbau der Materie. Mit 120 Textabb., X, 306 S. Wien: Springer-Verlag. 1949. S 45.—, sfr. 14.—, \$ 3.30, DM 13.50.

Nunmehr liegt der V. Teil der „Ausgewählten Kapitel aus der Physik“ von Prof. Kohlrausch vor, der diese Serie von Vorlesungen an der Technischen Hochschule in Graz abschließt. Wie der Autor selbst schreibt, soll dieser 5. Band, der dem Aufbau der Materie gewidmet ist, einen ersten Überblick über die Tatsachen und einen ersten Einblick in deren Zusammenhänge vermitteln, da das ebenso umfangreiche als auch vielgestaltige Wissensgebiet in bezug auf Auswahl und Darstellung des Stoffes großen Widerstand bietet. Was schon in der Besprechung der ersten vier Teile betont wurde, gilt nunmehr auch für den abschließenden Band: sowohl die Auswahl als auch die Darstellung zeigen die kundige Hand des Fachmannes.

Nach einer Einleitung, welche zum Teil Bekanntes wiederholt, zum Teil charakteristische Merkmale der Quantenphysik dem Leser einprägt, werden im Abschnitt B die Elementarbausteine behandelt. Die Steckbriefe sämtlicher Partikel bis zu den Mesonen werden aufgezählt und abschließend die experimentellen Grundlagen des *Rutherford'schen* Atommodells erörtert. Im Abschnitt C, welcher dem Aufbau der Atomkerne gewidmet ist, wird eine klare Übersicht über sämtliche Atomumwandlungen, stabilen Isotopen und das Problem des Masseneffektes und der Kernbindungsenergie gegeben. Nunmehr folgt der Abschnitt D mit dem Aufbau der Atomhülle. Dieses Kapitel ist in zwei Unterabteilungen geteilt, wovon die erste den Einelektronensystemen und die zweite den Mehrelektronensystemen gewidmet ist und das normale Rüstzeug für den Studenten sowohl der technischen als auch der Experimentalphysik bringt. Hier findet man im ersten Teil den klassischen Bestand der *Bohr'schen* Theorie, die *Sommerfeld'schen* Quantenbedingungen, eine kurze Kritik der älteren Quantentheorie und abschließend das wellenmechanische Wasserstoffmodell. Im zweiten Teil werden der Schalenbau der Atomhülle sowie die Leitsätze zur modellmäßigen Behandlung der

Mehrelektronensysteme behandelt. Eine gute und klare Übersicht der Termbezeichnungen der Atomspektren führt dieses so wichtige Gebiet dem Leser eindringlich vor Augen. Auch die damit zusammenhängenden atomaren Eigenschaften, wie der Dia- und Paramagnetismus, der Zeemaneffekt, die optischen Spektren der Atome, die Hyper-Feinstruktur und die Röntgenspektren, werden unter anderem besprochen. Im fünften Abschnitt E wird der Aufbau der Moleküle, ebenfalls wieder in zwei Abschnitte zerlegt, E_1 zweiatomige Moleküle und E_2 mehratomige Moleküle, erörtert. Hier findet man sehr vollständig alles Wissenswerte: Rotationsenergie und Rotationspektrum, Schwingungsenergie und Schwingungsspektrum sowie Rotations-Schwingungsspektrum. Ferner wird der Zusammenschluß der Atome zu Verbindungen diskutiert, die Polarisierbarkeit der Elektronenhülle, Ionen- und Atombindung sowie die physikalischen Methoden zur Ermittlung der Molekülstruktur, welches Gebiet dem Verfasser besonders nahe steht.

In einem Anhang, der Ergänzungen zum Text bringt, wird auf verschiedene Spezialfragen eingegangen. Hier werden Ableitungen gebracht, die im Text Unübersichtlichkeit erzeugen würden und so besser nur dem Resultate nach gebracht werden. Den Abschluß des Werkes bilden ein ausführliches Verzeichnis des Schrifttums sowie ein Namen- und ein Sachregister. Bezüglich der Ausstattung sowie der äußeren Form kann auf die früheren Besprechungen verwiesen werden, wo die friedensmäßige Qualität besonders betont wurde. Das nunmehr vollständig erschienene Werk kann allen Studierenden auf das wärmste empfohlen werden und bietet eine Fundgrube für jeden Physiker, der sich über die einzelnen Zweige seines Fachgebietes orientieren will.

P. Urban, Graz.

The Adsorption of Gases on Solids. Von A. R. Miller. Mit 38 Textabb., IX, 133 S. Cambridge: At the University Press. 1949. Geb. 12s. 6d. net.

Die vorliegende Monographie umfaßt sowohl experimentelle als auch theoretische Methoden der Adsorption von Gasen an Festkörpern. Im ersten Kapitel werden die experimentellen Methoden behandelt, während das zweite Kapitel der Langmuirschen Theorie der Adsorption gewidmet ist. Im dritten Kapitel behandelt der Autor die Veränderung der potentiellen Energie an der Oberfläche und die Zustände minimaler Energie. Das vierte Kapitel erörtert den Prozeß der Bildung eines Adsorptionsfilms, während im fünften Kapitel Verdampfungsprozesse und die Erzeugung von atomarem Wasserstoff entwickelt werden. Das sechste Kapitel bringt einige andere Typen von Adsorption und das siebente und letzte Kapitel die Dipolwechselwirkungen von adsorbierten Teilchen. Anschließend findet man eine gute Literaturliste und ein ausführliches Register. Das Buch gibt dem Leser eine ausgezeichnete Übersicht über die Erfordernisse dieses Fachgebietes und ist sehr geeignet, in dieses komplizierte Gebiet einzuführen.

P. Urban, Graz.

Die Welt der Vektoren. Einführung in Theorie und Anwendung der Vektoren, Tensoren und Operatoren. Von F. Ollendorff. Mit 68 Textabb., VIII, 470 S. Wien: Springer-Verlag. 1950. S 135.—, geb. S 144.—; sfr. 39.—, geb. sfr. 42.—; \$ 9.—, geb. \$ 9.50; DM 37.50, geb. DM 40.—.

Das eben erschienene Werk des bekannten Autors stellt eine Erweiterung der bisher üblichen Grundlage der Lehre von den Vektoren dar, die der modernen Naturwissenschaft Rechnung trägt. Neben der Vektorrechnung und der normalen Tensorrechnung wird auch der Operatorenkalkül im Hilbertschen Raum behandelt und so das gesamte moderne Rüstzeug für den modernen Techniker bereitgestellt. Nachdem in den ersten zwei Kapiteln das Wichtigste über Skalare und Vektoren behandelt wird, wobei auch die Vektorfelder Berücksichtigung finden, wird im dritten Kapitel die Erweiterung auf den n -dimensionalen Raum vollzogen. Dabei

werden auch Anwendungen auf die Geometrie der Raumgitter und Welleninterferenzen nicht vergessen. Kapitel 4 umfaßt die Algebra der Tensoren mit einer Anwendung auf die elastischen Deformationen von Seilen und Wellen sowie die geometrische Darstellung der Tensoren zweiter Stufe. Hier findet man —, was in moderneren Büchern der Vektorrechnung meist nur kurz gestreift wird, aber nichtsdestoweniger, z. B. in der Kernphysik, heute Bedeutung erlangt hat —, die Pseudoskalare und Pseudovektoren ausführlich behandelt. Die damit eng verknüpften Transformationseigenschaften bei Drehung und Spiegelung werden hier eingehend erörtert. Im fünften Kapitel wird die Tensoranalysis im affinen Raum zusammengestellt, nebst ihren Anwendungen auf zähe Flüssigkeiten und das Dielektrikum. Das sechste Kapitel, *Minkowskischer Raum*, befaßt sich mit der vierdimensionalen Darstellung der elektromagnetischen Erscheinungen, im letzten Abschnitt sogar mit Materiewellen, relativistischer Wellenmechanik und der Mesonentheorie. Das hier Gebrachte wird im nächstfolgenden, siebenten Kapitel auf den *Riemannschen Raum* erweitert, dessen wichtigste Eigenschaften diskutiert werden. Das letzte und achte Kapitel umfaßt alles, was den *Hilbertschen Raum* angeht, das sind lineare Operatoren, Projektoren, usw. Hier findet man zahlreiche Beispiele von Anwendungen, wie z. B. die elektrischen Kettenleiter, die Grundbegriffe der linearen Integralgleichungen, die Grundlagen der klassischen Matrixmechanik und einiges Nützliches über die Spinoperatoren.

Zahlreiche Literaturhinweise und ein ausführliches Namen- und Sachverzeichnis sorgen für die Übersichtlichkeit bei Gebrauch des Werkes, welches jedem Studierenden an einer technischen Hochschule sowie an einer naturwissenschaftlichen Fakultät wärmstens empfohlen werden kann. Zuletzt muß noch auf die saubere und gediegene Ausführung von seiten des Springer-Verlages besonders hingewiesen werden.

P. Urban, Graz.

Einführung in die sphärische Astronomie. Von A. Prey. Mit 123 Textabb., VII, 316 S. Wien: Springer-Verlag. 1949. S 75.—, geb. S 84.—; sfr. 24.—, geb. sfr. 26.—; \$ 5.50, geb. \$ 6.—; DM 22.—, geb. DM 24.—.

Gute Lehrbücher über grundlegende Wissensgebiete des Naturwissenschaftlers sind heute notwendiger denn je. Es ist daher ein besonderes Verdienst des Verfassers, welcher über jahrzehntelange Lehrerfahrung verfügt, seine Vorlesungen über sphärische Astronomie nun auch in Buchform festgelegt zu haben.

Wenngleich auf diesem Wissensgebiete in den letzten hundert Jahren wohl nichts prinzipiell Neues hinzugekommen ist, so weiß doch jeder Pädagoge, wie sehr sich die Ausdrucksform schon in wenigen Jahrzehnten ändert, so daß ältere Lehrbücher von der jungen Generation nur ungern gelesen werden.

Vorliegendes Werk soll gleichzeitig den angehenden Astronomen ein exakter Führer sein und den Studierenden der mathematisch-physikalischen Richtung als Studienbehelf dienen. Daher durfte der Umfang des Buches nicht allzu groß und vor allem der gesteckte Rahmen nicht überschritten werden; alles rein Physikalische, wie etwa die Grundzüge der Kreiselbewegung oder der Planetenbewegung, mußte daher fortbleiben, wenn natürlich auch von den diesbezüglichen rein qualitativen Ergebnissen reichlich Gebrauch gemacht worden ist.

Das Buch ist in drei Teile gegliedert. Der erste Teil beschäftigt sich mit der eigentlichen sphärischen Astronomie; nach einer kurzen Ableitung der diesbezüglichen Formeln werden die drei fundamentalen Koordinatensysteme eingeführt, sodann wird der Reihe nach auf die scheinbare Bewegung von Sonne, Mond und den Planeten eingegangen. Die Präzession und die Nutation werden eingehend vom Standpunkt der sphärischen Astronomie erörtert und

schließlich die Bestimmungsmethoden wichtiger astronomischer Größen, wie etwa die Schiefe der Ekliptik usw., dargelegt.

Im zweiten Teil werden die astronomischen Instrumente behandelt, unter anderem auch der Spiegelsextant und das Passageninstrument.

Der dritte Teil gehört der geographischen Ortsbestimmung, welche ausführlich an Hand zahlreicher Beispiele erläutert wird.

In einem Anhang sind noch die Grundzüge der Ausgleichsrechnung behandelt.

Das Buch ist klar aufgebaut und bringt die große Fülle des Stoffes übersichtlich und leicht faßlich dem Leser. Für die friedensmäßige Ausstattung des Werkes ist der Springer-Verlag verantwortlich.

E. Ledinegg, Graz.

Dynamics of Real Fluids. Von E. G. Richardson. Mit 96 Textabb., VII, 144 S. London: E. Arnold & Co. 1950. Geb. 21s. net.

Nach einer kurzen Zusammenstellung der klassischen Grundlagen von Euler, Helmholtz, Lagrange und Kelvin für ideale Flüssigkeiten behandelt der Verfasser im Abschnitt „Die klassische Annäherung“ noch die Newtonsche Reibungstheorie mit den Ergänzungen von Stokes-Navier und Hele-Shaw sowie die linearisierte Anströmung, ohne jedoch auf die Methoden von Oseen näher einzugehen. Im Abschnitt „Flüssigkeiten mit kleiner Zähigkeit“ folgen Ausschnitte aus der Grenzschichttheorie und der Prandtl-Kármánschen Turbulenzstatistik. Hervorzuheben wären die Messungen, die der Verfasser an rotierenden Zylindern durchgeführt hat, seine Vorschläge zur Ermittlung der Korrelation in turbulenten Strömungen und schließlich die Erzeugung von Turbulenz durch überlagerte periodische Störungen, wozu der Verfasser gemeinsam mit E. Tyler ebenfalls Beiträge liefern konnte (Annulareffekt von Richardson). Die im Abschnitt „Die Strömung kompressibler Flüssigkeiten“ besprochenen Probleme (Linearisierung der Potentialgleichung nach Prandtl, Strömungen in Düsen, Verdichtungsstöße usw.) sind in der über Gasdynamik derzeit vorliegenden Literatur bereits durch die Charakteristikenmethode und die Laplace-Transformation ergänzt worden. Nach weiteren Abschnitten über „Flüssigkeiten mit Temperaturgradienten“ und „Flüssigkeiten, die eine freie Oberfläche haben“ geht der Verfasser zu den Nicht-Newtonschen Flüssigkeiten über, mit welchen er sich schon vor dem Kriege befaßt hat. Der Referent hatte damals Gelegenheit, über einige Arbeiten des Verfassers zu berichten. Außer den Struktureigenschaften werden Suspensionen und Emulsionen, die Einsteinsche Formel für die Viskosität, die Maxwell'sche Relaxationstheorie und die Gel-Sol-Gel-Transformation, für die *Freundlich* die Bezeichnung Thixotropie eingeführt hat, behandelt.

Ohne umfangreich zu sein, gibt das Buch dennoch einen guten Überblick über die bei Flüssigkeiten mit anomaler Zähigkeit besonders in neuerer Zeit interessant gewordenen Probleme. Begrüßenswert ist es, daß der Verfasser nicht nur auf die Ergebnisse, sondern auch auf die Anordnung der Versuche näher eingeht. Literatur wird reichlich, wenn auch nicht ganz vollständig, angeführt. Der Verfasser, der selbst wiederholt in deutschsprachigen Zeitschriften veröffentlicht hat, beruft sich vielfach auf diese. Natürlich fehlt derzeit leider immer noch die genaue Kenntnis der im letzten Kriege gewonnenen Erkenntnisse. Immerhin aber reichen die vom Verfasser angeführten Arbeiten bis in das Jahr 1950.

F. Magyar, Wien.

Elektronenoptik. Von A. A. Rusterholz. Band I: Grundzüge der theoretischen Elektronenoptik. (Lehr- und Handbücher der Ingenieurwissenschaften: Band 15.) Mit 118 Textabb., 249 S. Basel: E. Birkhäuser. 1950. sfr. 25.—, geb. sfr. 29.—.

Das eben erschienene Werk ist dem praktisch arbeitenden Physiker und Techniker gewidmet und legt das Hauptgewicht auf die Dimensionierung

elektronenoptischer Systeme. Es ist in zehn Kapitel gegliedert, welche alles Wesentliche umfassen. Die ersten drei Kapitel behandeln das Elektron im elektrischen und magnetischen Feld, den elektronenoptischen Brechungsindex und rotationssymmetrische Felder. Im vierten Kapitel werden die Elektronenbahnen selbst erörtert, sowie die Bewegungsgleichung der Elektronen und ihre Integrationsmethoden. Das fünfte Kapitel gibt eine Übersicht über die elektrischen Elektronenlinsen, während das sechste Kapitel die magnetischen und elektroisch-magnetischen Elektronenlinsen zusammenfaßt. Das siebente und das achte Kapitel behandeln Bildfehler und zweidimensionale Felder, wogegen das neunte Kapitel dem Elektronenspiegel gewidmet ist. Den Schluß bildet eine Diskussion der gesamten Betrachtungen und ein Ausblick über ihre Anwendungen. Das Buch ist äußerst klar und übersichtlich gehalten und zeigt, daß trotz der vorhandenen großen Literatur immer wieder eine neue Behandlungsweise möglich ist. Für die eingangs erwähnten Zwecke kann es daher bestens empfohlen werden.

P. Urban, Graz.

Photons and Electrons. Von K. H. Spring. (Methuen's Monographs on Physical Subjects. Herausgegeben von B. L. Worsnop.) Mit 38 Textabb., VII, 108 S. London: Methuen & Co. Ltd. — New York: J. Wiley & Son Inc. 1950. Geb. 7s. 6d. net.

Das vorliegende Büchlein gibt einen guten Überblick über die Strahlungstheorie von Dirac in ihrer Anwendung auf Probleme, in welchen Photon und Elektron eine Rolle spielen. Infolge des kleinen Umfanges beschränkt sich der Autor natürlich nur auf Diskussion von Ergebnissen bei photoelektrischem Effekt, Comptoneffekt sowie anderen wichtigen Prozessen der modernen Physik. Auch die Löchertheorie von Dirac wird klar umrissen und die wichtigsten Abhängigkeiten entwickelt. Eine Gegenüberstellung von Wellenmechanik und klassischen Ergebnissen hebt das Verständnis des Lesers und erleichtert ihm, den physikalischen Vorgang zu verstehen. Am Schluß werden die wichtigsten kosmischen Strahlungsprobleme erörtert, unter Berücksichtigung der verschiedenen Schauer. Ein reichhaltiges Literaturverzeichnis sowie ein übersichtlicher Index erleichtern die Handhabung des sehr empfehlenswerten Buches.

P. Urban, Graz.

Philosophie und Mathematik. Vorträge und Essays. Von A. N. Whitehead. Aus dem Englischen übersetzt von Felizitas Ortner. (Sammlung „Die Universität“: Band 9.) 216 S. Wien: Humboldt-Verlag. 1949. Geb. S 23.—.

Das kleine Werk des berühmten englischen Philosophen bringt Vorträge und Essays, die für jeden Naturwissenschaftler von höchstem Interesse sind. Die Bedeutung liegt nicht allein im Fachlichen, sondern vor allem in der großen Klarheit und Feinheit des Ausdrucks, welche den Autor besonders kennzeichnet. Der Inhalt des Bändchens gibt uns einen guten Querschnitt durch das Schaffen des Philosophen, welches sich von den normalen Problemen der Philosophie bis zu den Gebieten der Mathematik erstreckt.

P. Urban, Graz.

From Euclid to Eddington. A Study of Conceptions of the External World. Von E. Whittaker. IX, 212 S. Cambridge: At the University Press. 1949. Geb. 15 s. net.

Das Buch des Mathematikers schildert die Entwicklung der naturphilosophischen Arbeiten von Euklid bis zur heutigen Zeit. Es handelt sich nicht um eine Chronik, sondern um eine Schilderung der allgemeinen Entwicklung der prinzipiellen Gedanken sowie der Streitfragen der einzelnen Richtungen. Um einige herauszugreifen sei darauf hingewiesen, daß die Deutung der wellenmechanischen ψ -Funktion als Wahrscheinlichkeit, die Verknüpfung von Ursache und Wirkung, die nichtkommutative Algebra und

der Spin des Elektrons ihren entsprechenden Platz einnehmen. So stellt das Buch einen klaren und leicht verständlichen Abriß der modernen physikalischen Gedankengänge dar. *P. Urban, Graz.*

Sound Absorbing Materials. Von *C. Zwikker* und *C. W. Kosten*. Mit 92 Textabb., IX, 174 S. New York-Amsterdam-London-Brüssel: Elsevier Publishing Company, Inc. 1949. Geb. hfl. 11.50.

Schallabsorption nimmt in Theorie und Technik immer mehr an Bedeutung zu, und verschiedene Zweige der Architektur, der Baukunst und der konstruktiven Wissenschaften machen immer mehr Gebrauch von diesen physikalischen Gesetzen. Das Buch gibt einen guten Überblick über die sämtlichen Eigenschaften der Schallabsorption zusammengesetzter Stoffe, beschreibt ihre theoretische und experimentelle Wirkung und zeigt, wie diese Eigenschaften zur Vorhersage eines bestimmten Verhaltens des Materials verwendet werden können. Auch in theoretischer Hinsicht gibt das Werk tiefgehenden Einblick und gestattet dem Leser, sich einen guten Überblick über das behandelte Wissensgebiet zu verschaffen. Es ist daher allen einschlägigen Interessenten besonders zu empfehlen. *P. Urban, Graz.*

Inhaltsübersicht: Der Abhandlung vorangestellt wird eine zusammenfassende Inhaltsübersicht in Kleindruck. Sie dient als einführender erster Überblick für den Leser und als Vorlage für die Referenten der Referatenblätter. Die Übersicht soll trotz gedrängter Darstellung alles enthalten, was der Verfasser an seiner Arbeit in bezug auf Problemstellung, Methodik und Ergebnisse für unerlässlich zu ihrer Beurteilung hält. Zu einer Beurteilung auch durch den Nichtfachmann!

Abbildungen: Sie müssen, wenn auch nur skizziert, doch so weit ausgeführt sein, daß für den dem Thema fernstehenden Verlagszeichner keine Unklarheiten bestehen. Jede Zeichnung ist zu beschriften; die Beschriftung soll das Lesen der Zeichnung auch ohne langes Suchen im Text ermöglichen. Sie ist, als Beschriftung der Abb. Nr. . . . kenntlich gemacht, an der gewünschten Stelle des Textes einzufügen. Die Zeichenvorlage ist der Abhandlung auf gesondertem Blatt, das zwecks Vermeidung von lästigen Verwechslungen durch Autorennamen und Arbeitstitel gekennzeichnet sein soll, beizulegen. Man vergesse nicht, daß Figurenwiedergabe und Textherstellung zwei gesonderte Arbeitsgänge sind, die erst nach der ersten Korrektur zusammenlaufen.

Tabellen: Die Übersichtlichkeit einer Tabelle und damit das Erreichen ihres Zweckes kann sehr gefördert werden durch Sorgfalt in der Wahl der Überschriften sowohl für die Tabelle als Ganzes als für die einzelnen Zeilen und Kolonnen. Die gewählten Einheiten müssen klar ersichtlich, die Abkürzungen verständlich sein.

Formeln: Der Setzer versteht im allgemeinen nichts vom Sinn der Formeln und hält sich genau an die Vorlage. Korrekturen an gesetzten Formeln bedingen einen unverhältnismäßig großen Aufwand an Mehrarbeit. Unverhältnismäßig in bezug auf die geringe Mehrarbeit, die der Verfasser hat, wenn er Buchstaben und Formelzeichen deutlich und unmißverständlich schreibt, bzw. malt. — Die Formelzeichen sollen womöglich den AEF-Normen entsprechen oder den in den beiden Handbüchern der Physik verwendeten Zeichen angeglichen sein. — Längere mathematische Ableitungen sollen gegebenenfalls in einem mathematischen Anhang zusammengestellt werden; soweit gekürzt, daß der Fachmann den Rechengang übersehen und eventuell kontrollieren kann. Im Text ist raumsparende Schreibweise anzuwenden, also $(a+b)/c$

statt $\frac{a+b}{c}$ oder $e^{-E/kT}$ statt $e^{-\frac{E}{kT}}$.

Zitate ebenso wie Anmerkungen werden als Fußnoten mit durch die Arbeit fortlaufender Numerierung (zur Erleichterung der Rückverweisung, bzw. zur Vermeidung unnötiger Wiederholungen) gebracht. Als Zitatmuster (vergleiche die Handbücher oder die S.-B. der Akademie): A. J. Dempster, Nature 136, 180 (1935). Um Einheitlichkeit in den Abkürzungen der Zeitschriftenzitate zu erreichen, ist die Herausgabe eines Verzeichnisses geplant.

Korrekturen: Grundsatz muß angesichts der schwierigen Verhältnisse in der ganzen Drucklegung sein, daß sich der Autor, der seine Abhandlung veröffentlicht sehen will, stillschweigend verpflichtet, ebensoviel Sorgfalt, wie er für Literaturstudium, Rechnungen, Beobachtungen aufwendet, auch für die Niederschrift seiner Ergebnisse und die anschließende Korrekturarbeit aufzubringen; auch dann, wenn er seine Interessen bereits wieder anderen Problemen zugewendet hat.

Herausgeber, Schriftleitung und Verlag

Bei der Schriftleitung sind folgende Beiträge eingelangt:

(Änderungen in der Reihenfolge bei der Veröffentlichung müssen aus technischen Gründen vorbehalten bleiben.)

- | | |
|--|---------------|
| Bergmann, O. Zum Kernphotoeffekt an Beryllium | 11. XI. 1949 |
| Wieninger, L., und N. Adler. Über den Einfluß der Erwärmung auf das Absorptionsspektrum des mit RaF- α -Strahlen verärrten Steinsalzes | 18. XI. 1949 |
| Wieninger, L., Über die Reichweite von Polonium- α -Strahlen in einigen Alkalihalogenid-Kristallen (NaCl, KCl, KBr und KJ) | 18. XI. 1949 |
| Wieninger, L., und N. Adler. Über die Verfärbung von nat. Steinsalzkristallen durch Bestrahlung mit α -Teilchen von RaF | 18. XI. 1949 |
| Funk, P. Über das Newtonsche Abbildungsgesetz in der Elektronenoptik | 13. XII. 1949 |
| Lihl, F. Ferromagnetische Eigenschaften halboxydischer Eisen- und Eisen-Kobalt-Pulver | 14. XII. 1949 |
| Herwelly, A. Über die Lumineszenz von Phosphoren in starken elektrischen Feldern | 16. I. 1950 |

König, H. W. Materielle und quantenhafte Eigenschaften elektromagnetischer Wellenfelder	1. III. 1950
Urbanek, J. Lichtelektrische Untersuchungen an natürlichen farbigen Steinsalzen, an strahlungsverfärbtem Fluorit und an glasigem Borax	23. III. 1950
Votava, E. Über die schraubenförmige Bewegung von Eisen- und Silberstahlpartikeln der Größenordnung 10^{-3} bis 10^{-5} cm im magnetischen Felde	30. III. 1950
Ledinegg, E., und P. Urban. Zur Theorie der Hohlrohrwellen	28. IV. 1950
Herzog, R. F. K. Neue Erkenntnisse über die elektronenoptischen Eigenschaften magnetischer Ablenkfelder	28. IV. 1950
Weinzierl, P. M. Untersuchung der Strahlung von $Ra(B+C)$ mittels der Trochoidenmethode	2. VI. 1950
Reder, F., u. E. Hafner. Eine einfache Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von Flüssigkeiten im cm-Wellen-Gebiet	11. VII. 1950
Ehrenhaft, F. Über die Photophorese, die magnetische Ladung und die schraubenförmige Bewegung der Materie in Feldern	11. VII. 1950
Roesler, F. C. Überlegungen zur Ehrenhaftschen Magneto-Photophorese	11. VII. 1950
Székely, A. Benndorf 80 Jahre alt	11. VII. 1950

SPRINGER-VERLAG IN WIEN

Die Welt der Vektoren. Einführung in Theorie und Anwendung der Vektoren, Tensoren und Operatoren. Von Prof. Dr.-Ing., Dipl.-Ing. F. Ollendorff, Haifa (Israel). Mit 68 Textabbildungen. VIII, 470 Seiten. 1950.
S 135.—, sfr. 39.—, \$ 9.—, DM 37.50
Geb. S 144.—, sfr. 42.—, \$ 9.50, DM 40.—

Hochspannungstechnik. Von Dr.-Ing. A. Roth, Aarau (Schweiz). Dritte, vollständig neubearbeitete und vermehrte Auflage. Herausgegeben unter Mitwirkung von Prof. A. Imhof, Muttens (Schweiz). Mit 734 Abbildungen im Text sowie 98 Zahlentafeln. IX, 704 Seiten. 1950.
S 216.—, sfr. 65.—, \$ 15.—, DM 63.—
Geb. S 228.—, sfr. 69.—, \$ 16.—, DM 67.—

Das Trockengleichrichter-Vielfachmeßgerät. Von Dipl.-Ing., Dr. techn. Th. Walcher, Wien. Mit 97 Textabbildungen. X, 144 Seiten. 1950.
S 45.—, sfr. 13.80, \$ 3.20, DM 13.40
Geb. S 54.—, sfr. 16.50, \$ 3.80, DM 16.—

Monatshefte für Mathematik. Neue Folge der Monatshefte für Mathematik und Physik. Unter Mitwirkung der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft herausgegeben von J. Radon, Wien.

Band 54, Heft 2. (Ausgegeben im Mai 1950.)

Mit 5 Textabbildungen. 80 Seiten. S 44.—, sfr. 15.20, \$ 3.50, DM 14.70
Inhalt: *Hlawka, E.* Integrale auf konvexen Körpern. II. — *Hlawka, E.* Über die Zetafunktion konvexer Körper. — *Müller, H. R.* Über eine infinitesimale kinematische Abbildung. — *Hornich, H.* Zur Auflösung von Gleichungssystemen. — *Schmetterer, L.* Über einen Satz von Hardy und Littlewood. — *Hohenberg, F.* Eine einfache Fläche achter Ordnung.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung